

УДК 368.01

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА СТРАХОВЫХ ТАРИФОВ, ОСНОВАННОГО НА ОБОБЩЕННОМ АКТУАРНОМ БАЗИСЕ

О.Ю. Рыжков

Сибирская межрегиональная ассоциация страховщиков

E-mail: ory@ngs.ru

Л.К. БобровНовосибирский государственный университет
экономики и управления «НИНХ»

E-mail: bobrov@nsuem.ru

Представлен алгоритм численного метода расчета страховых тарифов, основанного на концепции обобщенного актуарного базиса, согласно которой отсутствуют различия между актуарными условиями договоров страхования жизни и договорами общего страхования. По данному алгоритму для типичных страховых рисков по обоим классам договоров выполнен расчет страховых тарифов. Для каждого набора данных расчет повторен по 10 раз, полученный результат был усреднен, рассчитан коэффициент вариации. Произведено сравнение среднего значения страхового тарифа со значением по стандартным методикам расчета. Показано, что с увеличением числа имитируемых страховых портфелей сокращается как вариация получаемых значений, так и относительное отклонение полученного страхового тарифа от тарифа по стандартной методике. Также показано, что использование аппроксимации нормальным законом распределения в большинстве случаев позволяет получить более близкое значение страхового тарифа к значению по стандартной методике.

Ключевые слова: страховой тариф, актуарные расчеты, актуарный базис, статистическое моделирование, метод Монте-Карло.

ASSESSMENT OF ACCURACY OF A NUMERICAL METHOD OF CALCULATION OF INSURANCE RATES ARE BASED ON GENERALIZED ACTUARIAL BASIS

O.Yu. Ryzhkov

Siberian Inter-Regional Association of Insurers

E-mail: ory@ngs.ru

L.K. Bobrov

Novosibirsk State University of Economics and Management

E-mail: bobrov@nsuem.ru

The article presents the algorithm of a numerical method of calculation of insurance rates based on the concept of generalized actuarial basis, according to which there are no differences between actuarial conditions of life insurance contracts and contracts of general insurance. This algorithm for a typical insurance risks for both classes of contracts executed the calculation of insurance rates. For each dataset, the calculation is repeated 10 times, the result was averaged, calculated the coefficient of variation and the average result was compared with rate value according to the standard methods of calculation. It

is shown that with the increasing number of simulated insurance portfolios is reduced as the variation of the obtained values and the relative deviation obtained insurance tariff from the tariff according to standard methods. Also it is shown that the approximation by a normal distribution in most cases allows you to get a closer value of the insurance rate to the value by the standard method.

Key words: insurance rate, actuarial calculations, actuarial basis, statistical modeling, method Monte-Carlo.

Введение

В современном динамичном мире неблагоприятные случайные события (риски) серьезно осложняют не только жизнь индивидуумов (что может быть связано, например, с пожарами, наводнениями, заболеваниями и т.п.), но и негативно влияют на процессы экономического развития отдельных предприятий, регионов и стран (в том числе за счет того, что степень известности событий, происходящих в глобальном рыночном пространстве, зачастую нельзя отнести не только к классу знакомых, или экстраполируемых, но и к классу прерывистых знакомых). Снижение степени неопределенности и, соответственно, уменьшение степени риска может достигаться нахождением дополнительной информации в фондах современных библиотек, базах данных, ресурсах сети Интернет, и использованием этой информации при выработке сценариев возможных действий, в том числе путем моделирования [1, 2].

Если же неблагоприятное событие произошло, то степень реального ущерба напрямую зависит от того, насколько скомпенсированными окажутся потери. Наиболее распространенным способом компенсации потерь является страхование. Но и здесь возникает множество проблем, связанных с достижением финансовой устойчивости страховых компаний [12–14], расчетом страховых тарифов и премий [4, 15], а также использованием современных информационных технологий [3, 9, 11].

Данная статья является логическим продолжением упомянутых выше работ и посвящена оценке точности численного метода расчета страховых тарифов, основанного на концепции обобщенного актуарного базиса, согласно которой отсутствуют различия между актуарными условиями договоров страхования жизни и договорами общего страхования.

Постановка задачи

Современные условия страхования требуют гибкого подхода в формировании страховых тарифов при соблюдении основополагающего принципа – принципа эквивалентности страховых премий и расходов на страхование. Традиционные методы расчета страховых тарифов [7, 8] построены на аналитических зависимостях и содержат ряд ограничений. Так, методика расчета страховых тарифов [7] в страховании ином, чем страхование жизни (так называемом общем страховании), не позволяет учесть динамические факторы страхования, такие как изменяющаяся во времени страховая сумма, вероятность наступления страхового случая, изменение стоимости денег во времени и т.п. Методика расчета страховых тарифов в страховании

жизни [8]¹ не предусматривает наличия рисковой надбавки, необходимой для обеспечения требуемой гарантии безопасности. Тем самым предполагается, что количество страховых случаев почти не будет отклоняться от своего математического ожидания. Но такое допущение уместно лишь при достаточно больших и однородных страховых портфелях. В результате страховой тариф может не обеспечивать эквивалентность страховых премий и страховых выплат при сравнительно небольших или неоднородных страховых портфелях, особенно при страховании от наступления редких событий в жизни застрахованного лица (смерти, возникновения критического заболевания и т.п.).

В [16] обоснована целесообразность расчета страховых тарифов на основе обобщенного актуарного базиса, единого для договоров страхования жизни и договоров общего страхования, а также описан такой базис. Предлагаемый актуарный базис построен так, чтобы содержать минимальное количество допущений. В частности, обобщенный актуарный базис не требует знания закона распределения убытка в аналитической форме – соответствующий закон выражен таблично. Соответственно, построение моделей в аналитической форме не представляется возможным, для расчетов используется имитационное моделирование договоров страхования и страховых портфелей с применением метода Монте-Карло. Для такого имитационного моделирования в [10] предложен алгоритм, представленный на рисунке.

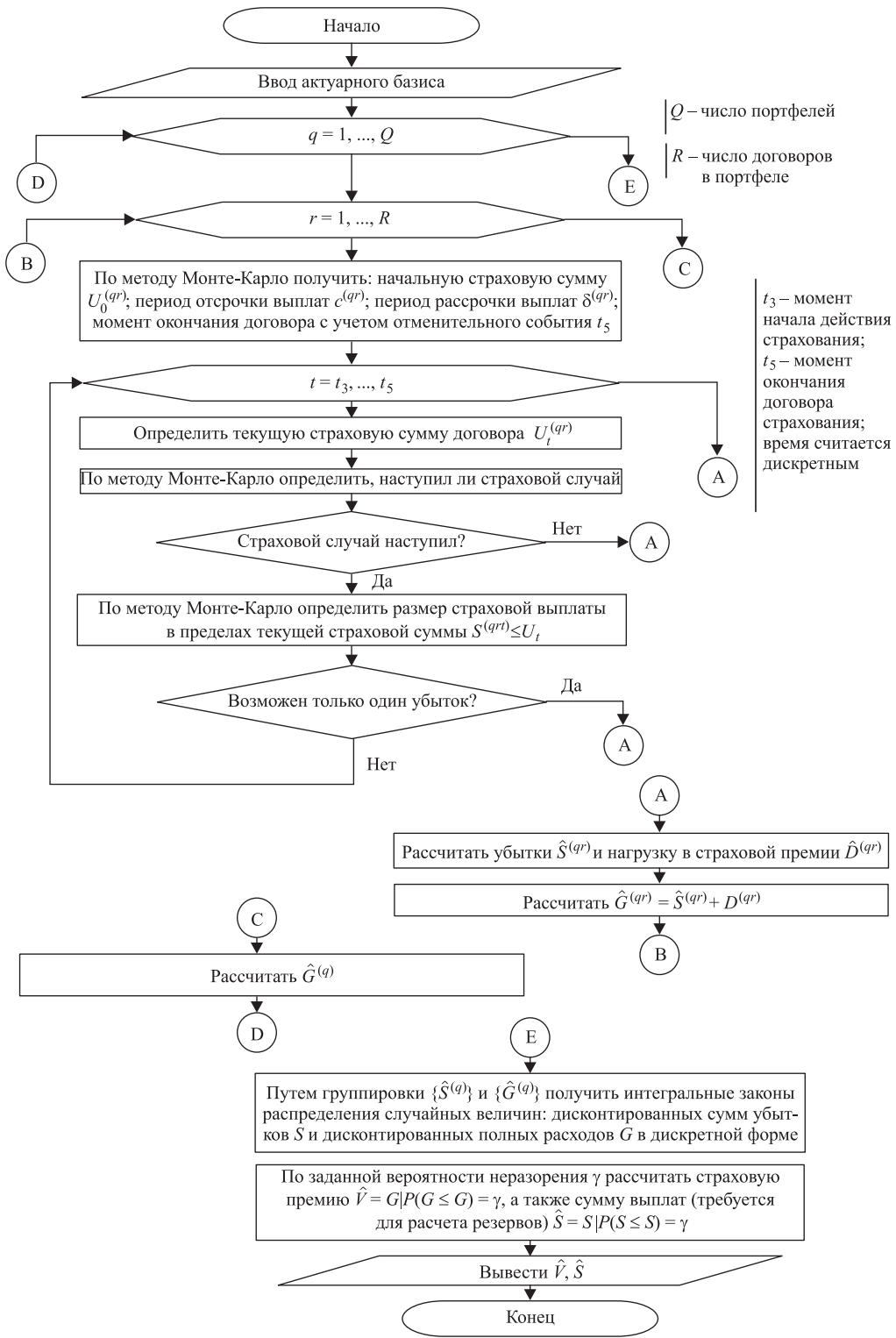
В настоящей статье приведены результаты оценки точности расчетов, выполненных при помощи указанного алгоритма. Оценка точности производилась с применением следующей методики.

1. Выбран модельный актуарный базис некоторого страхового риска – отдельно по общему страхованию, отдельно по страхованию жизни. Указанный базис предусматривает только те условия, которые учитываются при применении стандартных методик тарификации. Как следствие, является возможным расчет страхового тарифа по стандартным методикам и его сравнение с результатом применения предложенного метода. Результаты расчетов в предельном случае должны совпадать.

2. Выполнен расчет страхового тарифа по стандартной методике.

3. Выполнен расчет страхового тарифа по предложенной методике. Применение предложенной методики, вообще говоря, предполагает расчет единственного значения страхового тарифа. Однако в исследовательских целях, учитывая использование в методике случайных величин (метод Монте-Карло), расчет был повторен 10 раз при неизменных исходных данных, полученный результат был усреднен, также был рассчитан коэффициент вариации – как мера разброса полученных значений относительно среднего.

¹ В связи с изменением системы федеральных органов исполнительной власти приказ об утверждении указанной методики признан не подлежащим применению (Приказ Минфина РФ от 30.01.2006 № 16н «О признании не подлежащими применению некоторых приказов Федеральной службы России по надзору за страховой деятельностью по вопросам страховой деятельности»). Однако указанная методика распространена в учебной литературе, никакой иной методики взамен утверждено не было. Данные обстоятельства дают основания считать данную методику стандартной.



Расчет страхового тарифа на основе обобщенного актуарного базиса.
Исключение надстрочного индекса переменной – суммирование значений переменной по этому индексу; знак ^ (крышка) – дисконтирование

Расчет по стандартной методике опирается на предположение о нормальности распределения суммы коллективных выплат. По данной причине на данном шаге одновременно рассчитывались два значения страхового тарифа:

1) страховой тариф, определенный напрямую по эмпирическому закону распределения;

2) страховой тариф, определенный по аппроксимации эмпирического закона распределения нормальным законом распределения (нормальная аппроксимация с параметрами, равными математическому ожиданию и дисперсии суммы коллективных выплат в построенном эмпирическом законе распределения).

При этом каждый раз полученный эмпирический закон распределения суммы дисконтированных совокупных выплат и совокупных дисконтированных расходов проверялся на нормальность по критериям типа Шапиро-Уилка, применяемым для проверки нормальности в соответствии с ГОСТ Р ИСО 5479-2002 «Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения». С учетом длины вариационного ряда технически возможным является лишь применение критерия Шапиро-Франча и модифицированного критерия Шапиро-Уилка [5]. Дополнительно также выполнен анализ при помощи универсальных критериев Пирсона и Колмогорова-Смирнова [5].

4. Произведено сопоставление результатов расчета страхового тарифа по стандартной методике и по предложенной методике – через относительную погрешность.

5. Поскольку метод Монте-Карло предполагает выполнение некоторого числа итераций (в рассматриваемом случае – число генерируемых портфелей Q , см. рисунок), то для определения того, как число итераций влияет на оценку точности, задавалось различное число портфелей в диапазоне от 10 до 50 000. Для каждого числа портфелей были повторены шаги 3 и 4.

Разумеется, такая оценка не является исчерпывающей, однако позволяет судить о степени точности предложенной методики расчета.

Оценка точности расчетов в общем страховании

С актуарной точки зрения, типичным для массовых видов общего страхования является страховой риск «Ущерб автотранспортному средству (в страховании каско)». Исключение составляют, пожалуй, страховые риски в медицинском страховании, где в течение срока действия одного договора весьма вероятно наступление нескольких страховых случаев, а также страховые риски, в которых вариация страховых выплат отсутствует (например, риск смерти в результате несчастного случая). По данной причине дополнительно анализируется страховой риск «Смерть в результате несчастного случая (в страховании от несчастных случаев и болезней)». К медицинскому страхованию стандартная методика не может быть применена, поэтому анализ соответствующих ему страховых рисков не производится.

Для страхования редких событий и крупных рисков в общем страховании стандартная методика отсутствует, в силу чего по таким страховым рискам невозможна оценка точности результатов с использованием методики, приведенной выше.

Страховой риск «Ущерб автотранспортному средству (в страховании каско)»

Актуарный базис страхового риска. В соответствии с описанием, приведенным в [16], назначен следующий обобщенный актуарный базис (табл. 1).

Таблица 1

Актуарный базис страхового риска в общем страховании

Параметр	Значение	
Страховой риск	«Ущерб автотранспортному средству (в страховании каско)»	
Единица измерения времени	Год	
Срок действия договора страхования	1	
Срок действия страхования	1	
Выжидательный период	0	
Отсрочка начала страховых взносов	0	
Рассрочка страховых взносов	0	
Отсрочка начала страховых выплат	0	
Рассрочка страховых выплат	0	
Учитывать возраст объекта	ЛОЖЬ	
Возраст объекта	–	
По договору возможен только один страховой случай	ЛОЖЬ	
Сумма убытка в относительных единицах к страховой сумме	ЛОЖЬ	
Интенсивность наступления страхового случая в единицу измерения времени	0,035	
Интенсивность наступления отменительного события в единицу измерения времени	0	
Начальная страховая сумма, руб.	Нижняя граница интервала	550000
	Верхняя граница интервала	550000
	Вероятность попадания в интервал	1
Сумма убытка, руб.	Нижняя граница интервала	210000
	Верхняя граница интервала	550000
	Вероятность попадания в интервал	1
Уровень переменных расходов на ведение дела от брутто-премии	0,25	
Сумма постоянных расходов на ведение дела	0	
Ставка доходности, годовых	0	
Надежность	0,95	
Число договоров в портфеле	200	
Уровень значимости гипотезы о нормальном распределении	0,05	
Правила деления риска	–	

Результаты расчета по стандартной методике. Использована стандартная Методика (I) из [7]. Из табл. 1 могут быть определены все необходимые параметры для расчета:

- вероятность наступления страхового случая по одному договору страхования: $q = 0,035$;
- средняя страховая сумма по одному договору страхования: $S = 550000$;
- среднее возмещение по одному договору страхования при наступлении страхового случая: $S_E = (210000 + 550000)/2 = 380000$ (равномерное распределение);
- среднее квадратическое отклонение возмещений при наступлении страховых случаев: $R_E = \sqrt{(550000 - 210000)^2/12} = 98149,55$ (равномерное распределение);
- гарантия безопасности $\gamma = 0,95$;
- количество договоров страхования: $n = 200$;
- доля нагрузки в общей тарифной ставке $f = 0,25$.

Тем самым, вся информация, содержащаяся в табл. 1, учтена в виде перечисленных здесь параметров расчета страхового тарифа, никакая дополнительная информация в расчете с применением численных методов не используется.

При помощи стандартной методики получены следующие результаты (в относительных единицах, т.е. без перевода в проценты):
основная часть нетто-ставки –

$$T_o = q \frac{S_E}{S} = 0,024182;$$

рисковая надбавка –

$$T_p = T_o \cdot \alpha(\gamma) \sqrt{\frac{1 - q + \left(\frac{R_E}{S_E}\right)^2}{nq}} = 0,015270;$$

итого брутто-ставка –

$$T = \frac{T_o + T_p}{1 - f} = 0,052603.$$

Результаты статистического моделирования. Численное моделирование по предложенной методике производилось при помощи разработанного автором² программного комплекса, реализованного в виде книги MS Excel с поддержкой макросов. Данный комплекс предназначен для исследования предложенной методики, в том числе для практического расчета страховых тарифов с ее применением. Экземпляр указанной книги с именем «Модуль тарификации.xlsm» размещен на персональной странице автора: <http://ryzhkov-insur.ucoz.ru>. Доступ к программному коду осуществляется при помощи встроенного редактора языка программирования VBA. На первом листе указанной книги приведено руководство оператора.

² Персональная страница О.Ю. Рыжкова [Электронный ресурс]: URL: <http://ryzhkov-insur.ucoz.ru>

Результаты статистического моделирования по предложенной методике приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты расчета страховых тарифов по предложенной методике для страхового риска в общем страховании

Число итераций	Гипотеза о нормальном распределении («+» – принимается, «-» – отвергается)				Значение страхового тарифа			
	Пирсона	Колмогорова-Смирнова	Шapiro-Франка	Шapiro-Уилка (мод.)	эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
					среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %	среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %
10	-	+	+	+	0,049880	16,08	0,052826	17,00
50	-	+	+	+	0,054500	7,06	0,053260	5,89
100	-	+	+	+	0,053930	6,38	0,051860	4,44
500	-	-	+	+	0,055040	3,22	0,053000	2,38
1000	-	-	+	+	0,054040	2,54	0,052270	2,24
5000	-	-	+	+	0,054510	1,05	0,052700	0,74
10000	-	-	+	+	0,054370	0,72	0,052640	0,69
50000	-	-	+	+	0,054360	0,26	0,052640	0,10

Оценка результатов. Согласно табл. 2, коэффициент вариации значений, как и следовало ожидать, убывает с ростом числа итераций. При числе итераций, большем 5000, коэффициент вариации становится менее 1 %. Принимая во внимание, что расчет при 5000 итераций на ЭВМ Lenovo T530 (процессор: Intel® Core™ i5-3230M CPU @ 2.60 GHz, ОЗУ 8,00 Гб) потребовал в среднем 6 мин, предложенная методика может обеспечить достаточную точность расчета за приемлемое время, т.е. является практически применимой.

Сравнение результатов, полученных с применением стандартной и предложенной методики, приведено в табл. 3.

Таблица 3

Сравнение страховых тарифов по стандартной и предложенной методике для страхового риска в общем страховании

Число итераций (страховых портфелей)	Значение страхового тарифа				
	стандартная методика, отн. ед.	предложенная методика			
		эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
		среднее, отн. ед.	отклонение, %	среднее, отн. ед.	отклонение, %
10	0,052603	0,049880	-5,2	0,052826	0,4
50	0,052603	0,054500	3,6	0,053260	1,2
100	0,052603	0,053930	2,5	0,051860	-1,4
500	0,052603	0,055040	4,6	0,053000	0,8
1000	0,052603	0,054040	2,7	0,052270	-0,6
5000	0,052603	0,054510	3,6	0,052700	0,2
10000	0,052603	0,054370	3,4	0,052640	0,1
50000	0,052603	0,054360	3,3	0,052640	0,1

Как можно видеть из табл. 3, отклонение результатов расчета от стандартной методики невелико и сокращается с ростом числа итераций. При этом страховой тариф, основанный на нормальной аппроксимации, заметно ближе к результату по стандартной методике, чем результат, полученный непосредственно по эмпирическому закону распределения.

Отклонение результатов, полученных непосредственно по эмпирическому закону распределения, от результата по стандартной методике может объясняться как медленной сходимостью результатов при применении метода Монте-Карло, так и неверным постулатом, что сумма коллективного убытка распределена по нормальному закону (например, число договоров страхования в портфеле может быть недостаточным для проявления центральной предельной теоремы). На возможность второго варианта указывает невыполнение критериев согласия Пирсона и Колмогорова-Смирнова. Данное расхождение в результатах применения различных критериев согласия может объясняться тем, что критерии типа Шапиро-Уилка не способны различать некоторые распределения, близкие по форме к нормальному, но не являющиеся таковым [6]. При этом невыполнение постулата о нормальности, очевидно, делает несравнимыми результаты расчетов по стандартной методике (основанной на этом постулате) и с применением численных методов.

Анализ названных здесь причин отклонения является темой самостоятельного исследования. Если же считать, что сумма коллективного убытка распределена по нормальному закону, то следует сделать вывод, что для сокращения времени вычислений целесообразно воспользоваться аппроксимацией распределения нормальным законом и достичь тем самым более быстрой сходимости результатов, чем непосредственно по эмпирическому закону.

Для получения надежного результата с относительной погрешностью порядка 0,1 % достаточно $Q = 10000$ страховых портфелей.

Страховой риск «Смерть в результате несчастного случая (в страховании от несчастных случаев и болезней)»

Актuariйный базис страхового риска. Назначен следующий обобщенный актуарный базис (табл. 4).

Особенностью рассматриваемого страхового риска является отсутствие вариации суммы страховых выплат. То есть либо страховой случай не наступает и выплата отсутствует, либо наступает и выплата равна страховой сумме.

Результаты расчета по стандартной методике. Использована стандартная Методика (I) из [7]. Из табл. 4 могут быть определены все необходимые параметры для расчета:

- вероятность наступления страхового случая по одному договору страхования: $q = 0,0245$;
- средняя страховая сумма по одному договору страхования: $S = 100000$;
- среднее возмещение по одному договору страхования при наступлении страхового случая равно страховой сумме: $S_E = 100000$;
- среднеквадратическое отклонение возмещений при наступлении страховых случаев: $R_E = 0$;

Таблица 4

Актuarный базис страхового риска

Параметр	Значение	
Страховой риск	«Смерть в результате несчастного случая (в страховании от несчастных случаев и болезней)»	
Единица измерения времени	Год	
Срок действия договора страхования	1	
Срок действия страхования	1	
Выжидательный период	0	
Отсрочка начала страховых взносов	0	
Рассрочка страховых взносов	0	
Отсрочка начала страховых выплат	0	
Рассрочка страховых выплат	0	
Учитывать возраст объекта	ЛОЖЬ	
Возраст объекта	–	
По договору возможен только один страховой случай	ИСТИНА	
Сумма убытка в относительных единицах к страховой сумме	ИСТИНА	
Интенсивность наступления страхового случая в единицу измерения времени	0,00245	
Интенсивность наступления отменительного события в единицу измерения времени	0	
Начальная страховая сумма, руб.	Нижняя граница интервала	100000
	Верхняя граница интервала	100000
	Вероятность попадания в интервал	1
Сумма убытка, руб.	Нижняя граница интервала	1
	Верхняя граница интервала	1
	Вероятность попадания в интервал	1
Уровень переменных расходов на ведение дела от брутто-премии	0,25	
Сумма постоянных расходов на ведение дела	0	
Ставка доходности, годовых	0	
Надежность	0,95	
Число договоров в портфеле	100	
Уровень значимости гипотезы о нормальном распределении	0,05	
Правила деления риска	–	

– гарантия безопасности $\gamma = 0,95$;
– количество договоров страхования: $n = 100$;
– доля нагрузки в общей тарифной ставке $f = 0,25$.
Тем самым, вся информация, содержащаяся в табл. 4, учтена в виде перечисленных здесь параметров расчета страхового тарифа, никакая дополнительная информация в расчете с применением численных методов не используется.

При помощи стандартной методики получены следующие результаты (в относительных единицах, т.е. без перевода в проценты):
основная часть нетто-ставки –

$$T_o = q \frac{S_E}{S} = 0,00245;$$

рисковая надбавка –

$$T_p = T_o \cdot \alpha(\gamma) \sqrt{\frac{1 - q + \left(\frac{R_E}{S_E}\right)^2}{nq}} = 0,008132;$$

итого брутто-ставка –

$$T = \frac{T_o + T_p}{1 - f} = 0,014109.$$

Результаты статистического моделирования. Численное моделирование по предложенной методике производилось при помощи указанного выше программного комплекса.

Результаты статистического моделирования по предложенной методике приведены в табл. 5.

Таблица 5

Результаты расчета страховых тарифов по предложенной методике для страхового риска

Число итераций	Гипотеза о нормальном распределении («+» – принимается, «-» – отвергается)				Значение страхового тарифа			
	Пирсона	Колмогорова-Смирнова	Шapiro-Франция	Шapiro-Уилка (мод.)	эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
					среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %	среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %
10	-	-	+	+	0,01598	21,65	0,01663	21,64
50	-	+	+	+	0,01397	15,17	0,01307	22,04
100	-	+	+	+	0,01330	0,00	0,01407	9,55
500	-	-	+	+	0,01333	0,00	0,01438	4,37
1000	-	-	+	+	0,01333	0,00	0,01400	3,26
5000	-	-	+	+	0,01333	0,00	0,01389	1,15
10000	-	-	+	+	0,01333	0,00	0,01407	0,59
50000	-	-	+	+	0,01333	0,00	0,01405	0,07

Оценка результатов. Как следует из табл. 5, коэффициент вариации значений убывает с ростом числа итераций.

Сравнение результатов, полученных с применением стандартной и предложенной методики, приведено в табл. 6.

Таблица 6

Сравнение страховых тарифов по стандартной и предложенной методике для страхового риска

Число итераций (страховых портфелей)	Значение страхового тарифа				
	стандартная методика, отн. ед.	предложенная методика			
		эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
		среднее, отн. ед.	отклонение, %	среднее, отн. ед.	отклонение, %
10	0,014109	0,01598	13,3	0,01663	17,9
50	0,014109	0,01397	−1,0	0,01307	−7,4
100	0,014109	0,01330	−5,7	0,01407	−0,3
500	0,014109	0,01333	−5,5	0,01438	1,9
1000	0,014109	0,01333	−5,5	0,01400	−0,8
5000	0,014109	0,01333	−5,5	0,01389	−1,6
10000	0,014109	0,01333	−5,5	0,01407	−0,3
50000	0,014109	0,01333	−5,5	0,01405	−0,4

Как можно видеть из табл. 6, отклонение результатов расчета от стандартной методики невелико и сокращается с ростом числа итераций. Страховой тариф, основанный на нормальной аппроксимации, заметно ближе к результату по стандартной методике, чем результат, полученный непосредственно по эмпирическому закону распределения. Причем уже начиная со 100 портфелей страховой тариф стабилизируется на одном и том же уровне, вариация результатов отсутствует. Значение страхового тарифа, определенное непосредственно по эмпирическому закону распределения, оказывается на 5,5 % ниже значения страхового тарифа по стандартной методике, что составляет заметную величину. Представляется необходимым дальнейшее изучение причин расхождений и дальнейшее совершенствование статистического моделирования. В то же время значение страхового тарифа, определенное на основе нормальной аппроксимации, продолжает сходиться к значению по стандартной методике. То есть на данном этапе для практических расчетов является более оправданным использование аппроксимации полученного эмпирического распределения нормальным законом.

При $Q = 10000$ страховых портфелей и нормальной аппроксимации достигается относительная погрешность порядка 0,3 %.

Оценка точности расчетов в страховании жизни

В страховании жизни наиболее распространены такие страховые риски, как «Дожитие застрахованного лица до окончания срока страхования» и «Смерть застрахованного лица в течение срока страхования».

Пусть по условиям договора действие страхования начинается с 00 ч дня, в котором застрахованному лицу исполняется 30 лет, и действует в течение 4 лет, т.е. до 24 ч дня, предшествующего дню, в котором застрахованному лицу исполняется 34 года.

Страховая премия уплачивается единовременно. Страховая выплата также производится единовременно, в конце страхового года, в котором наступил страховой случай.

Указанные условия введены для упрощения расчетов, поскольку все более сложные варианты (например, сдвиг срока страхования относительно возраста, периодическая уплата страховых взносов и периодические страховые выплаты) связаны с рассматриваемым случаем функциональными зависимостями. Следовательно, более сложные случаи не влияют на точность полученных результатов.

Для формирования актуарного базиса (табл. 7) использована табл. 4.

Таблица 7

Таблица смертности для расчета страховых тарифов по страхованию жизни (фрагмент)

Возраст, годы	l_x	d_x
30	89617	750
31	88867	868
32	87999	871
33	87128	891
34	86237	912

Страховой риск «Дожитие застрахованного лица до окончания срока страхования»

Актуарный базис страхового риска. В соответствии с описанием, приведенным в [16], назначен следующий обобщенный актуарный базис (табл. 8).

Следует обратить внимание на то, как определена вероятность дожития застрахованного лица до окончания срока действия страхования (т.е. до истечения возраста 33 года). Страховой случай может наступить исключительно в возрасте 33 года, поэтому вероятность его наступления до 33 лет равна нулю. В возрасте 33 года вероятность наступления страхового случая равна 1, если только за время до окончания срока страхования не наступит отменительного события – смерти застрахованного лица. Вероятность отменительного события по годам определена на основании табл. 4.

Надежность принята равной 0,5, что соответствует отсутствию рисковой надбавки, поскольку в стандартной методике рисковая надбавка не предусмотрена.

Результаты расчета по стандартной методике. Расчет брутто-ставки страхового тарифа произведен на основе формулы, приведенной в [12, табл. 4], использована стандартная актуарная нотация:

$$T = \frac{{}_nE_x}{1-f},$$

где ${}_nE_x$ – единовременная нетто-ставка для лица в возрасте x лет с условием выплаты страховой суммы при дожитии до окончания срока страхования, равного n лет; f – нагрузка страховщика.

Таблица 8

Актuariй базис страхового риска в страховании жизни

Параметр	Значение		
Страховой риск	«Дожитие застрахованного лица до окончания срока страхования»		
Единица измерения времени	Год		
Срок действия договора страхования	4		
Срок действия страхования	4		
Выжидательный период	0		
Отсрочка начала страховых взносов	0		
Рассрочка страховых взносов	0		
Отсрочка начала страховых выплат	0		
Рассрочка страховых выплат	0		
Учитывать возраст объекта	ИСТИНА		
Начальный возраст объекта страхования	30		
По договору возможен только один страховой случай	ИСТИНА		
Сумма убытка в относительных единицах к страховой сумме	ИСТИНА		
Интенсивность наступления страхового случая в единицу измерения времени	Нижняя граница возраста (не включая)	Верхняя граница возраста (включая)	Интенсивность наступления страхового случая в единицу измерения времени
	29	32	0
	32	33	1
Интенсивность наступления отменительного события в единицу измерения времени	Нижняя граница возраста (не включая)	Верхняя граница возраста (включая)	Интенсивность наступления отменительного события в единицу измерения времени
	29	30	0,00837
	30	31	0,00977
	31	32	0,00990
	32	33	0,01023
Начальная страховая сумма, руб.	Нижняя граница интервала		100000
	Верхняя граница интервала		100000
	Вероятность попадания в интервал		1
Сумма убытка	Нижняя граница интервала		1
	Верхняя граница интервала		1
	Вероятность попадания в интервал		1
Уровень переменных расходов на ведение дела от брутто-премии	0,13		
Сумма постоянных расходов на ведение дела	0		
Ставка доходности, годовых	0,1		
Надежность	0,5		
Число договоров в портфеле	100		
Уровень значимости гипотезы о нормальном распределении	0,05		
Правила деления риска	–		

Величина ${}_nE_x$ определяется по формуле

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot v^n,$$

где $D_x = l_x \cdot v^x$ – коммутационное число; l_x – данные таблицы смертности – число доживших до возраста x лет; $v^x = 1/(1 + i)^x$ – коэффициент дисконтирования, в котором i – годовая ставка доходности.

Из табл. 4 и 5 известны все необходимые параметры для расчета страхового тарифа:

$$T = \frac{86237}{89617} \cdot \frac{1}{(1 + 0,1)^4} = 0,755463.$$

Результаты статистического моделирования. Численное моделирование по предложенной методике производилось при помощи указанного выше программного комплекса.

Результаты статистического моделирования по предложенной методике приведены в табл. 9.

Таблица 9

Результаты расчета страховых тарифов по предложенной методике

Число итераций (страховых портфелей)	Гипотеза о нормальном распределении («+» – принимается, «-» – отвергается)				Значение страхового тарифа			
	Пирсона	Колмогорова-Смирнова	Шapiro-Франка	Шapiro-Уилка (мод.)	эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
					среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %	среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %
10	-	+	+	+	0,756050	0,70	0,757040	0,52
50	-	-	+	+	0,756820	0,53	0,755310	0,19
100	-	-	+	+	0,756820	0,53	0,755920	0,15
500	-	-	+	+	0,756040	0,50	0,755690	0,06
1000	-	-	+	+	0,753700	0,00	0,755140	0,06
5000	-	-	+	+	0,753700	0,00	0,755450	0,03

Оценка результатов. Как следует из табл. 9, коэффициент вариации значений, как и в общем страховании, убывает с ростом числа итераций.

Сравнение результатов, полученных с применением стандартной и предложенной методики, приведено в табл. 10.

Как можно видеть из табл. 10, уже при 5000 страховых портфелях относительная погрешность становится несущественной, поэтому дальнейший расчет для 10000 и 50000 страховых портфелей не производился.

Отклонение результатов расчета от стандартной методики невелико и сокращается с ростом числа итераций. При этом, как и во всех предыдущих случаях, страховой тариф, основанный на нормальной аппроксимации, за-

Таблица 10

Сравнение страховых тарифов по стандартной и предложенной методике

Число итераций (страховых портфелей)	Значение страхового тарифа				
	стандартная методика, отн. ед.	предложенная методика			
		эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
		среднее, отн. ед.	отклонение, %	среднее, отн. ед.	отклонение, %
10	0,755463	0,756050	0,1	0,757040	0,2
50	0,755463	0,756820	0,2	0,755310	0,0
100	0,755463	0,756820	0,2	0,755920	0,1
500	0,755463	0,756040	0,1	0,755690	0,0
1000	0,755463	0,753700	–0,2	0,755140	0,0
5000	0,755463	0,753700	–0,2	0,755450	0,0

метно ближе к результату по стандартной методике, чем результат, полученный непосредственно по эмпирическому закону распределения.

Страховой риск «Смерть застрахованного лица в течение срока страхования»

Актuariйный базис страхового риска. Назначен следующий обобщенный актуарный базис (табл. 11).

Вероятность наступления страхового случая по годам определена на основании табл. 7 и соответствует вероятности отменительного события в табл. 8.

Надежность принята равной 0,5, что соответствует отсутствию рисковой надбавки, поскольку в стандартной методике рисковая надбавка не предусмотрена.

Результаты расчета по стандартной методике. Расчет брутто-ставки страхового тарифа произведен на основе формулы, приведенной в [8, табл. 3], использована стандартная актуарная нотация:

$$T = \frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{1 - f},$$

где $A^1_{x:\overline{n}|}$ – единовременная нетто-ставка для лица в возрасте x лет при заключении договора страхования на срок n лет с условием выплаты страховой суммы в конце страхового года, если застрахованное лицо умрет в течение срока страхования; f – нагрузка страховщика.

Величина $A^1_{x:\overline{n}|}$ определяется по формуле

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} = \frac{\sum_{k=x}^{x+n-1} d_k \cdot v^{k+1}}{l_x \cdot v^x},$$

где $M_x = \sum_{k=x}^W d_k \cdot v^{k+1}$ – коммутационное число, в котором W – предельный возраст таблицы смертности; d_x – данные таблицы смертности – число умерших при переходе от возраста x к возрасту $x + 1$ лет; $v^x = 1/(1 + i)^x$ – коэффициент дисконтирования, в котором i – годовая ставка доходности.

Таблица 11

Актuariйный базис страхового риска

Параметр	Значение		
Страховой риск	«Смерть застрахованного лица в течение срока страхования»		
Единица измерения времени	Год		
Срок действия договора страхования	4		
Срок действия страхования	4		
Выжидательный период	0		
Отсрочка начала страховых взносов	0		
Рассрочка страховых взносов	0		
Отсрочка начала страховых выплат	0		
Рассрочка страховых выплат	0		
Учитывать возраст объекта	ИСТИНА		
Начальный возраст объекта страхования	30		
По договору возможен только один страховой случай	ИСТИНА		
Сумма убытка в относительных единицах к страховой сумме	ИСТИНА		
Интенсивность наступления страхового случая в единицу измерения времени	Нижняя граница возраста (не включая)	Верхняя граница возраста (включая)	Интенсивность наступления страхового случая в единицу измерения времени
	29	30	0,00837
	30	31	0,00977
	31	32	0,00990
	32	33	0,01023
Интенсивность наступления отменительного события в единицу измерения времени	Нижняя граница возраста (не включая)	Верхняя граница возраста (включая)	Интенсивность наступления отменительного события в единицу измерения времени
	29	33	0
Начальная страховая сумма, руб.	Нижняя граница интервала		100000
	Верхняя граница интервала		100000
	Вероятность попадания в интервал		1
Сумма убытка	Нижняя граница интервала		1
	Верхняя граница интервала		1
	Вероятность попадания в интервал		1
Уровень переменных расходов на ведение дела от брутто-премии	0,13		
Сумма постоянных расходов на ведение дела	0		
Ставка доходности, годовых	0,1		
Надежность	0,5		
Число договоров в портфеле	100		
Уровень значимости гипотезы о нормальном распределении	0,05		
Правила деления риска	–		

Из табл. 7 и 11 известны все необходимые параметры для расчета страхового тарифа:

$$T = [750 \cdot 1/(1 + 0,1)^{30+1} + 868 \cdot 1/(1 + 0,1)^{31+1} + 871 \cdot 1/(1 + 0,1)^{32+1} + 891 \cdot 1/(1 + 0,1)^{33+1}] / [89617 \cdot 1/(1 + 0,1)^{30}] / (1 - 0,13) = 0,034144.$$

Результаты статистического моделирования. Численное моделирование по предложенной методике производилось при помощи указанного выше программного комплекса.

Результаты статистического моделирования по предложенной методике приведены в табл. 12.

Таблица 12

Результаты расчета страховых тарифов по предложенной методике

Число итераций (страховых портфелей)	Гипотеза о нормальном распределении («+» – принимается, «-» – отвергается)				Значение страхового тарифа			
	Пирсона	Колмогорова-Смирнова	Шапиро-Франка	Шапиро-Уилка (мод.)	эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
					среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %	среднее, отн. ед.	коэффициент вариации значений, %
10	-	+	+	+	0,03129	26,60	0,03515	17,68
50	-	+	+	+	0,03200	10,87	0,03428	7,29
100	-	-	+	+	0,03293	9,76	0,03405	6,30
500	-	-	+	+	0,03407	2,59	0,03441	2,13
1000	-	-	+	+	0,03390	2,35	0,03426	1,74
5000	-	-	+	+	0,03436	0,90	0,03448	0,18
10000	-	-	+	+	0,03433	0,97	0,03453	0,20
50000	-	-	+	+	0,03412	0,71	0,03450	0,00

Оценка результатов. Как следует из табл. 12, коэффициент вариации значений, как и в общем страховании, убывает с ростом числа итераций.

Сравнение результатов, полученных с применением стандартной и предложенной методики, приведено в табл. 13.

Таблица 13

Сравнение страховых тарифов по стандартной и предложенной методике

Число итераций (страховых портфелей)	Значение страхового тарифа				
	стандартная методика, отн. ед.	предложенная методика			
		эмпирический закон распределения		аппроксимация нормальным законом	
		среднее, отн. ед.	отклонение, %	среднее, отн. ед.	отклонение, %
10	0,034144	0,03129	-8,4	0,03515	2,9
50	0,034144	0,03200	-6,3	0,03428	0,4
100	0,034144	0,03293	-3,6	0,03405	-0,3
500	0,034144	0,03407	-0,2	0,03441	0,8
1000	0,034144	0,03390	-0,7	0,03426	0,3
5000	0,034144	0,03436	0,6	0,03448	1,0
10000	0,034144	0,03433	0,5	0,03453	1,1
50000	0,034144	0,03412	-0,1	0,03450	1,0

Как можно видеть из табл. 13, отклонение результатов расчета от стандартной методики сокращается с ростом числа итераций. Но в отличие от предыдущих случаев относительное отклонение страхового тарифа, основанного на нормальной аппроксимации, начиная с 5000 итераций, является стабильным и составляет порядка 1,1 %. В то же время результат, полученный непосредственно по эмпирическому закону распределения, постепенно приближается к результату по стандартной методике.

Выводы

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

1. Посредством обобщенного актуарного базиса, приведенного в [16], могут быть описаны страховые риски как в общем страховании, так и в страховании жизни в объеме, достаточном для расчета страховых тарифов.

2. Предложенный в [10] численный метод расчета страховых премий, основанный на применении статистического моделирования с использованием параметров обобщенного актуарного базиса, является применимым одновременно и для договоров страхования жизни, и для договоров общего страхования.

3. Использование численных методов на основе обобщенного актуарного базиса (в частности, предложенного метода) позволяет рассчитывать страховые тарифы как в общем страховании, так и в страховании жизни с приемлемой точностью, причем точность результатов повышается с ростом числа генерируемых страховых портфелей.

4. В случае, когда общая сумма убытков и расходов по страховому портфелю распределена по нормальному закону, имеется возможность сократить количество генерируемых страховых портфелей, применив аппроксимацию нормальным законом распределения. Для обеспечения относительной погрешности порядка 0,5 % достаточно порядка 10000 страховых портфелей.

5. Дальнейшим направлением исследований является изучение причин отклонения страхового тарифа, определенного непосредственно по эмпирическому закону распределения, от страхового тарифа, рассчитанного с применением стандартной методики, и разработка методов расчета страхового тарифа, использующих статистическое моделирование, обладающих более быстрой сходимостью.

Литература

1. Бобров Л.К. Учет рисков при выборе стратегий управления информационными продуктами и услугами // Вестник НГУЭУ. 2012. № 2. С. 233–243.
2. Бобров Л.К. Стратегическое управление информационной деятельностью библиотек в условиях рынка. Новосибирск: НГАЭиУ, 2003. 255 с.
3. Бобров Л.К., Рыжков О.Ю. К вопросу оптимизации работ по оказанию информационных услуг в условиях партнерского сообщества // Вестник НГУЭУ. 2014. № 1. С. 338–351.
4. Бобров Л.К., Рыжков О.Ю. Расчет страхового тарифа на основе обобщенного актуарного базиса с учетом деления риска // Вестник НГУЭУ. 2012. № 1. С. 188–196.

5. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 816 с.
6. Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б. Сравнительный анализ критериев проверки отклонения распределения от нормального закона // Метрология. 2005. № 2. С. 3–23.
7. Методики расчета тарифных ставок по рисковым видам страхования (утв. распоряжением Росстрахнадзора от 08.07.1993 № 02-03-36) [Электронный ресурс]: Доступ из справ.-правовой системы «Консультант Плюс».
8. Приказ Росстрахнадзора от 28.06.1996 № 02-02/18 «О Методике расчета страховых тарифов по видам страхования, относящимся к страхованию жизни» [Электронный ресурс]: Доступ из справ.-правовой системы «Консультант Плюс».
9. Рыжков О.Ю., Бобров Л.К. Комплексная автоматизация деятельности актуария страховой организации // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 2. С. 98–108.
10. Рыжков О.Ю., Бобров Л.К. Тарификация договора страхования на основе обобщенного актуарного базиса // Вестник СГТУ. 2013. № 4 (73). С. 329–335.
11. Рыжков О.Ю., Бобров Л.К. Формализованная запись нормативных документов для компьютерной обработки // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. 2013. № 5. С. 7–14.
12. Рыжков О.Ю. Финансовая устойчивость страховых организаций: оценка и управление / под ред. М.В. Лычагина. Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2007. 79 с.
13. Рыжков О.Ю. Оценка инвестиционного потенциала региональных страховых компаний // Регион: Экономика и Социология. 2007. № 2. С. 158–171.
14. Рыжков О.Ю. Моделирование и анализ финансовой устойчивости страховщиков // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки. 2007. Т. 7. № 2. С. 62–73.
15. Рыжков О.Ю. Динамический подход к договору страхования: применение при расчете страховых премий // Вестник НГУЭУ. 2010. № 2. С. 65–74.
16. Рыжков О.Ю. Обобщенный актуарный базис страхового риска // Вестник НГУЭУ. 2011. № 2. С. 166–178.

Bibliography

1. Bobrov L.K. Uchet riskov pri vybore strategij upravlenija informacionnymi produktami i uslugami // Vestnik NGUJeU. 2012. № 2. P. 233–243.
2. Bobrov L.K. Strategicheskoe upravlenie informacionnoj dejatel'nost'ju bibliotek v uslovijah rynka. Novosibirsk: NGAJeU, 2003. 255 p.
3. Bobrov L.K., Ryzhkov O.Ju. K voprosu optimizacii rabot po okazaniyu informacionnyh uslug v uslovijah partnerskogo soobshhestva // Vestnik NGUJeU. 2014. № 1. P. 338–351.
4. Bobrov L.K., Ryzhkov O.Ju. Raschet strahovogo tarifa na osnove obobshhennogo aktuarnogo bazisa s uchetom delenija riska // Vestnik NGUJeU. 2012. № 1. P. 188–196.
5. Kobzar' A.I. Prikladnaja matematicheskaja statistika. Dlja inzhenerov i nauchnyh rabotnikov. M.: FIZMATLIT, 2006. 816 p.
6. Lemeshko B.Ju., Lemeshko S.B. Sravnitel'nyj analiz kriteriev proverki otklonenija raspredelenija ot normal'nogo zakona // Metrologija. 2005. № 2. P. 3–23.
7. Metodiki rascheta tarifnyh stavok po riskovym vidam strahovanija (utv. rasporjazheniem Rosstrahнадзора ot 08.07.1993 N 02-03-36) [Jelektronnyj resurs]: Dostup iz sprav.-pravovoj sistemy «Konsul'tant Pljus».
8. Prikaz Rosstrahнадзора ot 28.06.1996 № 02-02/18 «O Metodike rascheta strahovyh tarifov po vidam strahovanija, odnosjashhimsja k strahovaniju zhizni» [Jelektronnyj resurs]: Dostup iz sprav.-pravovoj sistemy «Konsul'tant Pljus».
9. Ryzhkov O.Ju., Bobrov L.K. Kompleksnaja avtomatizacija dejatel'nosti aktuarija strahovoj organizacii // Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta. Serija: Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika. 2014. № 2. P. 98–108.

10. Ryzhkov O.Ju., Bobrov L.K. Tarifikacija dogovora strahovanija na osnove obobshhennogo aktuarnogo bazisa // Vestnik SGTU. 2013. № 4 (73). P. 329–335.
11. Ryzhkov O.Ju., Bobrov L.K. Formalizovannaja zapis' normativnyh dokumentov dlja komp'juternoj obrabotki // Nauchno-tehnicheskaja informacija. Serija 2: Informacionnye processy i sistemy. 2013. № 5. P. 7–14.
12. Ryzhkov O.Ju. Finansovaja ustojchivost' strahovyh organizacij: ocenka i upravlenie / pod red.M.V. Lychagina. Novosibirsk: IJeOPP SO RAN, 2007. 79 p.
13. Ryzhkov O.Ju. Ocenka investicionnogo potenciala regional'nyh strahovyh kompanij // Region: Jekonomika i Sociologija. 2007. № 2. P. 158–171.
14. Ryzhkov O.Ju. Modelirovanie i analiz finansovoj ustojchivosti strahovshhikov // Vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Social'no-jekonomicheskie nauki. 2007. T. 7. № 2. P. 62–73.
15. Ryzhkov O.Ju. Dinamicheskij podhod k dogovoru strahovanija: primenenie pri raschete strahovyh premij // Vestnik NGUJeU. 2010. № 2. P. 65–74.
16. Ryzhkov O.Ju. Obobshhennyj aktuarnyj bazis strahovogo riska // Vestnik NGUJeU. 2011. № 2. P. 166–178.