

DOI: 10.34020/2073-6495-2020-1-064-075

УДК 519.12

АСИММЕТРИЯ ИНФОРМАЦИИ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ¹

Кисляков А.Н.

Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации, Владимирский филиал
E-mail: ankislyakov@mail.ru

Работа направлена на решение актуальной проблемы анализа взаимодействия участников рынка. Степень непредсказуемости поведения участников рынка определяет экономические риски и проявляется как нарушение информационной симметрии. Асимметрия выражается в разной степени информированности групп продавцов и групп покупателей-пользователей продукта о состоянии рынка, что определяет различные поведенческие настроения и намерения участников рынка. Рассматривается возможность использования показателей энтропии Шеннона и показателя фрактальной размерности для оценки степени упорядоченности связей между группами покупателей и результатами их поведения. Это позволяет сделать выводы о логике связей между поведением разных клиентов. Для определения приближенного значения фрактальной размерности Минковского используется итеративный алгоритм box-counting. В качестве метрики расстояний между признаками сделок пар клиентов может выступать расстояние по косинусу для случая разреженных данных. Показано, как будет изменяться фрактальная размерность в случае наблюдения более устойчивых связей между группами клиентов.

Ключевые слова: информационная асимметрия, энтропия, фрактальная размерность, кластерный анализ.

ASYMMETRY OF INFORMATION IN THE ANALYSIS OF SOCIO-ECONOMIC PROCESSES

Kislyakov A.N.

Russian Academy of National Economy and Public Administration
under the President of Russian Federation, Vladimir branch
E-mail: ankislyakov@mail.ru

The work is aimed at solving the actual problem of analyzing the interaction of market participants. The degree of unpredictability of market participant's behavior determines economic risks and manifests itself as a violation of information symmetry. Asymmetry is expressed in different degrees of awareness of groups of sellers and groups of buyers-users of the product about the state of the market, which determines the different behavioral moods and intentions of market participants. The possibility of using the Shannon entropy and fractal dimension indicators to assess the degree of ordering of relationships between groups of buyers and the results of their behavior is considered. This allows us to draw conclusions about the logic of relationships between the behavior of different clients. An iterative box-counting algorithm is used to determine the approximate value of the Minkowski fractal dimension. As a metric of distances between the signs of transactions of pairs of clients, the cosine distance can be used for the case of sparse data. It is shown how the fractal dimension will change in the case of observation of more stable relationships between groups of clients.

Keywords: information asymmetry, entropy, fractal dimension, cluster analysis.

¹ Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ № 18.07.00170.

ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные исследования подходов к анализу социально-экономических процессов и моделей экономического развития показали, что основным фактором, оказывающим воздействие на развитие взаимоотношений между участниками рынка, является степень непредсказуемости поведения этих участников, которая определяет все экономические риски и проявляется как нарушение информационной симметрии, приводящее к эволюционным изменениям рынка, определяющим их устойчивость [4, 12].

Данная асимметрия выражается в разной степени информированности групп продавцов и групп покупателей-пользователей продукта о состоянии рынка, что определяет различные поведенческие настроения и намерения участников рынка.

Поэтому задачу управления социально-экономическими процессами упростит измерение и оценка степени асимметричности поведения участников рынка, разделение их на кластеры. Это в равной степени применимо как к изучению конкурентной среды, так и к изучению поведенческой активности клиентов. При этом проблемой является выбор адекватных показателей оценки степени асимметричности всей социально-экономической системы.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Любая социально-экономическая система характеризуется состояниями отдельных ее элементов и связями между этими состояниями, а также набором факторов, определяющих изменения этих состояний, и признаками поведения элементов. Поэтому важно учитывать обобщающий показатель непредсказуемости поведения системы, который в ряде работ [7, 10] выражается в виде энтропии, характеризующей степень неопределенности событий и состояний системы [7]. Понятие энтропии достаточно широкое и используется в различных областях научных исследований, однако в данной работе предлагается сосредоточить внимание на использовании понятия энтропии как степени полноты информации о природной, «живой», технической и социально-экономической системе [11].

Поэтому энтропия может явиться мерой неопределенности состояний социально-экономической системы, которые не относятся к классу равновероятных систем. Исследования показывают, что в природных, «живых» и социально-экономических системах [13] равновероятные состояния практически никогда не реализуются.

Одним из основных показателей, который наиболее часто применяется для оценки информативности показателей, характеризующих поведение системы, является информационная энтропия Шеннона [1], которая рассчитывается на основе гистограммы состояний и признаков процесса. Поведение системы может быть выражено как в виде временного ряда, так и в виде многомерной сводной таблицы или «тепловой карты» и даже цифровых изображений [8,9]. В данном случае основной проблемой является оценка степени «зашумленности» наблюдаемого процесса случайными событиями и выявления устойчивых признаков, связей между наблюдаемыми элементами.

Выражение для оценки энтропии Шеннона для процесса A_i , который состоит из группы событий a_i для однофакторного случая, выглядит следующим образом:

$$E(A_i) = - \sum_{i=1}^L p(a_i(x, y)) \cdot \log[p(a_i(x, y))], \quad (1)$$

где x и y – факторный и результирующий признак, a_i – значение наблюдаемого показателя, $p(a_i(x, y))$ – гистограмма распределения вероятностей наблюдения различных уровней показателя для каждого элементарного события.

У показателя энтропии есть и свои недостатки. Если наблюдаемый показатель имеет большое количество искажений, вызванных случайными факторами, то он формально обладает большим количеством информации. Кроме того, мера энтропии не учитывает сложность структуры объектов системы и связей между ними [5].

Данная проблема может быть решена на основе теории фракталов, позволяющей анализировать процесс не только по его результативным характеристикам и их разбросу, но и по сложности структуры и свойств самоподобия объектов и связей между этими объектами, составляющими социально-экономическую систему.

В работе рассматривается алгоритм вычисления информационной размерности наблюдаемого показателя, который может быть выражен как графически, так и в виде табличного представления, на основе выборочной энтропии Шеннона с применением алгоритма box-counting (клеточного алгоритма) [6, 9] для определения фрактальной размерности.

Фрактальная размерность – показатель, определяющий степень упорядоченности структуры связей между объектами социально-экономической системы и признаками их поведенческой активности. Фрактальная размерность Минковского – это один из способов задания фрактальной размерности ограниченного множества в метрическом пространстве, которая определяется следующим образом [2]:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(1/\varepsilon)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{-\log \varepsilon}, \quad (2)$$

где $N(\varepsilon)$ – минимальное число подмножеств размера ε , которыми можно покрыть исходное множество. Если представить полное покрытие множества определенной формы шарами радиуса не более чем ε , обозначив количество этих шаров за $N(\varepsilon)$, то значение $N(\varepsilon)$ будет расти при уменьшении ε (для полного покрытия будет требоваться все больше шаров, при этом описание границы множества будет точнее). Размерностью Минковского некоторого множества будет являться такое уникальное число D , что $N(\varepsilon)$ будет расти как $(1/\varepsilon) \cdot D$ при стремлении ε к нулю. Это справедливо не только для одномерного, двумерного, но и для n -мерного случая [13]. Тогда выражение для оценки информативности процесса выглядит следующим образом:

$$E(\varepsilon) = - \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i \cdot \log_2(p_i), \quad (3)$$

где ε – элемент множества покрытия. При уменьшении размеров элемента покрытия $\varepsilon \rightarrow 0$ и роста количества элементов покрытия этого множества энтропия Шеннона неограниченно возрастает, однако может существовать предел

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [E(\varepsilon) / \log_2(1 / \varepsilon)]. \quad (4)$$

Если такой предел существует, то им определяется информационная размерность процесса. В том случае если предела не существует, вводится понятие верхней и нижней информационной размерности

$$\begin{aligned} D_{1\inf} &= \liminf_{\varepsilon \rightarrow 0} [E(\varepsilon) / \log_2(1 / \varepsilon)]; \\ D_{1\sup} &= \limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} [E(\varepsilon) / \log_2(1 / \varepsilon)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Максимум энтропии определяется информационной емкостью наблюдаемого процесса E_{\max} :

$$E_{\max} = \log_2 k, \quad (6)$$

где k – количество классов, определяющих разнообразие событий.

В свою очередь информационная энтропия, вычисленная на основе фрактальной размерности изображения, достигает своего максимального значения при равенстве вероятностей $p_i = 1 / N(\varepsilon)$.

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [N(\varepsilon) / \log_2(1 / \varepsilon)]. \quad (7)$$

Полученное выражение с точностью до основания логарифмов совпадает с формулой (1) для фрактальной размерности Минковского.

Информационная размерность является важным количественным параметром, характеризующим меру хаотичности и схожести поведения изучаемых объектов, она позволяет количественно отслеживать направление и темп эволюционных процессов, таких как самоорганизация в среде структур разных уровней или, напротив, распад организованных структур, общая хаотизация и нарушение симметрии.

В работе для определения приближенного значения фрактальной размерности Минковского используется итеративный алгоритм box-counting, в основе которого лежит имитация вычисления фрактальной размерности объектов (или определенной области) в двумерном пространстве признаков при изменении размера ячеек квадратной формы [3, 5].

Если зафиксировать размеры ячеек ε и рассматривать D_{1bc} как неизвестное, то легко заметить, что приведенное выражение (2) является уравнением прямой.

$$\begin{aligned} D_{1bc} &= \frac{\log_2 N(\varepsilon)}{\log_2(1 / \varepsilon)} \Rightarrow D_{1bc} \cdot \log_2(1 / \varepsilon) = \log_2 N(\varepsilon) \Rightarrow \\ &\Rightarrow D_{1bc} \cdot \log_2(1 / \varepsilon) - \log_2 N(\varepsilon) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Если построить регрессионное уравнение по результатам вычисления информационной размерности для различных значений ε , то угол наклона аппроксимирующей прямой, определенный по методу наименьших квадратов, будет являться значением информационной размерности D [2, 3].

РЕЗУЛЬТАТЫ

Явление информационной асимметрии наблюдается как результат совокупности действий всех участников рынка – продавцов и покупателей. Причем результатом являются конкретные действия – приобретение товара, признаком является время, место, цена товара, а также его характеристики. Рассмотрим возможность оценки степени асимметрии на основе данных о продажах компании и признаков сделок с клиентами – интерес по отношению к товару, покупка товара и факторов – тип товара, время приобретения и др.

На рис. 1 изображена сводная таблица данных о сделках, совершенных клиентами в различное время. По строкам указаны идентификаторы клиентов, по столбцам – номера дней в году, в которые была совершена покупка. В качестве значений – номера товаров или групп товаров из номенклатуры. Разумеется, клиент мог приобрести сразу несколько товаров, в этом случае таблица может быть дополнена еще одним столбцом с новым признаком.

Идентификатор клиента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1012069																			
1014993											32								
1019219																			
1015237	157									14									
1016475																			
1013518													105						
1010402																			
1012562																			
1019425																			
1011151										147								84	
1014223							39		11										52
1019998																			
1010313															66				
1015259														57					
1019458											164								

Рис. 1. Пример сводной таблицы сделок (часть данных скрыта)

Для того чтобы оценить степень асимметричности системы, необходимо выявить группы покупателей и признаки их обобщения, т.е. выполнить кластеризацию. Однако кластеры и их признаки являются конечным продуктом анализа системы и не отражают ее сбалансированное состояние. Для выявления степени неопределенности системы (энтропии) необходимо сопоставить связи между отдельными элементами системы по результатам работы этой системы относительно выбранного признака, т.е. построить аналог корреляционной матрицы, показывающей наличие/отсутствие связи между действиями отдельных элементов и групп этих элементов. Причем эти связи могут быть как односторонние, так и двухсторонние.

В качестве метрики расстояний между признаками сделок пар клиентов может выступать расстояние по косинусу для случая разреженных данных.

Рис. 2. Косинусное расстояние на примере бинарных векторов

Так, например, косинус угла между двумя бинарными признаками это отношение количества совпадений сделок в векторах двух покупателей к произведению квадратных корней количества заказов первого и второго векторов (рис. 2).

На рис. 3 изображена матрица смежности в виде «тепловой карты», где индивидуальные значения отображаются при помощи цвета. Матрица смежности показывает, насколько похожи сделки между различными покупателями по признаку «время приобретения товара». Если матрица смежности симметрична, следовательно, все ее отношения продублированы и являются двухсторонними.

На основе данной матрицы можно оценить не только степень разброса намерений – энтропию системы, но и схожесть поведения клиентов друг относительно друга по определенному признаку, кроме того, можно провести кластеризацию клиентов по указанному признаку. Расчет энтропии по формуле (3) показал значение 0,017 для данного случая. Это означает высокую степень разброса значений результатов покупок, высокую степень неопределенности процессов в социально-экономической системе и отсутствие закономерности по данному признаку. А также, вероятнее всего, отсутствие закономерности относительно времени приобретения товаров клиентами.

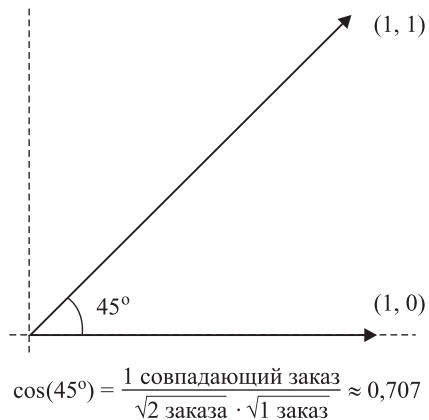
Однако энтропия – интегральный показатель, который отражает общую информационную «нагрузку» и разнообразие системы. В ряде случаев важнее оценить не только общее разнообразие, но и насколько система упорядочена относительно групп покупателей и результатов их поведения. Это позволяет сделать выводы о логике связей между поведением разных клиентов.

Для расчета фрактальной размерности матрица смежности разбивалась на подмножества различного размера.

ОБСУЖДЕНИЕ

В результате на рис. 4 изображено уравнение регрессии, угловой коэффициент которого равен фрактальной размерности полученного двумерного множества. Этот показатель равен 0,61 при коэффициенте детерминации, равном 0,915.

Для рассмотренного двумерного случая фрактальная размерность D принимает различные значения, лежащие в пределах от 0 до 2. Если в двумерном пространстве изображена прямая линия, то она имеет размерность, равную 1. Фрактальная размерность кривой равна 2, если эта кривая заполняет все пространство признаков. Следовательно, изломанная линия на плоскости, которая представлена в виде групп событий [6],



	1010166	1010207	1010313	1010436	1010984	1011192	1011646	1011669	1011868	1012158	1012667	1012671	1014086	1014107	1014365	1014424
1010166	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1010207	0	0	0	0	0,218218	0	0	0,188982	0	0	0	0	0	0	0	0
1010313	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1010436	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1010984	0	0,218218	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1011192	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1011646	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1011669	0	0,188982	0	0	0	0	0	0	0	0	0,288675	0	0	0	0	0
1011868	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1012158	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1012667	0	0	0	0	0	0	0	0,288675	0	0	0	0	0	0	0	0
1012671	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,316228
1014086	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1014107	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1014365	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2
1014424	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,316228	0	0	0,2	0

Рис. 3. Матрица смежности по косинусу расстояний между сделками клиентов по признаку времени приобретения и товаров
(часть данных скрыта)

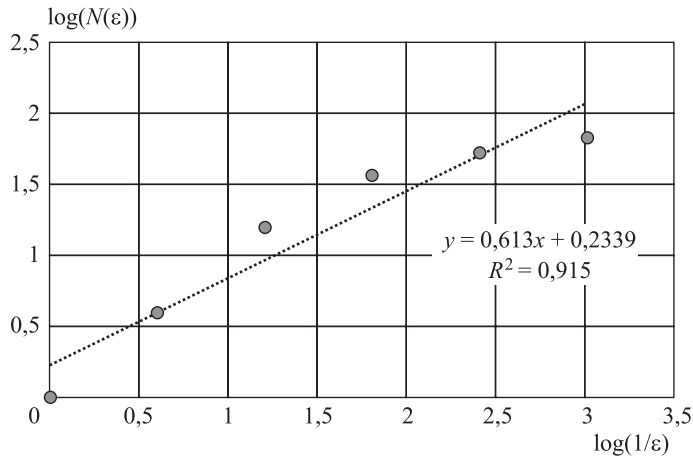


Рис. 4. Результаты расчета фрактальной размерности

с геометрической точки зрения уже не одномерный объект, но еще не двумерный, поэтому ее размерность лежит в пределах от 1 до 2. Если же матрица смежности разрежена и представляет собой множество мелких объектов (сравнимых с минимальным размером r , равным одной клетке) с близкими значениями косинусных расстояний, то при выполнении расчетов объекты приближенно могут рассматриваться как точки и их размерность лежит в пределах от 0 до 1. Поэтому, анализируя числовое значение фрактальной размерности, равное 0,61, можно сделать вывод не только о сложности структуры связей объектов, но и о наличии вероятностных характеристик этих связей.

Следовательно, для изменения фрактальной размерности нужно попытаться установить закономерности связей объектов в указанной структуре. Для этого необходимо упорядочить нарушение симметрии в данной группе признаков. Сделать это можно перегруппировкой строк и столбцов матрицы смежности в определенном порядке, например, в порядке возрастания тесноты связей между векторами признаков. Для этого было выполнено суммирование коэффициентов по каждой строке в матрице смежности и клиенты были перегруппированы в порядке возрастания полученных сумм коэффициентов. Это позволит выявить тех клиентов, сделки которых в целом схожи с остальными клиентами. Для упорядоченной матрицы смежности фрактальная размерность показана на рис. 5.

Как видно из рис. 5, в данном случае изменение показателя фрактальной размерности минимально и составляет около 1 %. Это означает, что переупорядочение структуры связи между объектами в данном случае не привело к установлению устойчивой симметричной структуры, что позволяет сделать вывод об отсутствии не только устойчивых связей и кластеров, но и устойчивых закономерностей в поведении клиентов.

В случае наблюдения более устойчивых связей между группами клиентов фрактальная размерность увеличивается и стремится к 2. На рис. 6 показаны результаты расчета фрактальной размерности для случая, когда в матрице смежности наблюдаются группы схожих событий. Показатель фрактальной размерности значительно выше и равен 0,85.

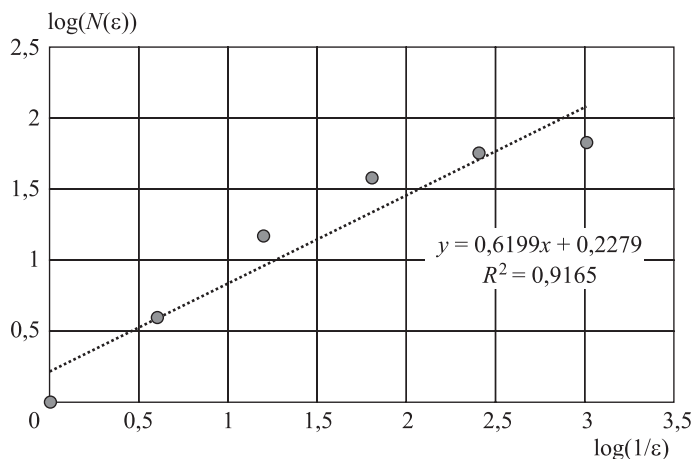


Рис. 5. Результаты расчета фрактальной размерности упорядоченной матрицы смежности

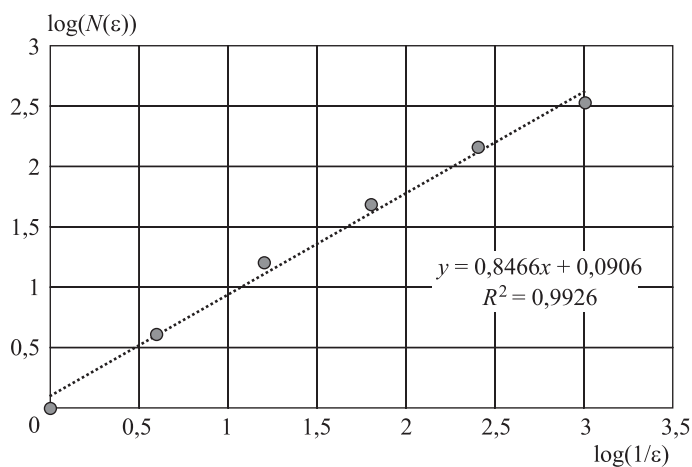


Рис. 6. Результаты расчета фрактальной размерности упорядоченной матрицы смежности для случая с более устойчивой структурой связей

Коэффициент детерминации в этом случае равен 0,99. Это означает, что в данном случае структура связей более устойчива и симметрична, т.е. векторы поведения пар объектов схожи между собой.

Показатель энтропии при этом также значительно увеличивается и составляет 0,33. Это означает наличие большего количества наблюдаемых пар объектов с большим количеством связей, таким образом система приобретает более упорядоченную структуру.

ВЫВОДЫ

Так как социально-экономические системы сложны и инерционны, то ввиду огромного количества связей в них наблюдается явление информационной асимметрии относительно интересов участников рынка, который постоянно стремится к устойчивому состоянию, поэтому степень инфор-

мированности участников рынка неизбежно влияет на экономические риски. Основными показателями, которые позволяют оценить разнообразие поведения объектов, составляющих систему, а также устойчивость связей между объектами, являются энтропия и фрактальная размерность.

Энтропия позволяет оценить общее разнообразие поведения объектов в социально-экономической системе, однако не подходит для выявления устойчивых структур связей между объектами, составляющими систему. Показатель фрактальной размерности, в свою очередь, позволяет предварительно оценить наличие устойчивых связей между поведением наблюдаемых объектов социально-экономической системы, а также степень их симметричности. Низкие значения показателей энтропии и фрактальной размерности говорят об отсутствии ярко выраженных кластеров (групп объектов, упорядоченных относительно признаков) и слабых межкластерных связях. Данный подход особенно полезен при проведении кластеризации и сегментации клиентской базы в качестве экспресс-анализа устойчивости поведения социально-экономической системы относительно нескольких групп признаков.

Литература

1. Бутенков С.А. Энтропийный подход к оценке качества гранулирования многомерных данных // Сб. трудов Одиннадцатой Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием. Дубна, 2008. С. 331–340.
2. Зиненко А.В. R/S анализ на фондовом рынке // Бизнес-информатика. 2012. № 3 (21). С. 24–30.
3. Кисляков А.Н. Использование фрактальной размерности в техническом анализе рынка криптовалют // Ученые записки. Владимирский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации. 2018. № 1. С. 101–105.
4. Кисляков А.Н., Тихонюк Н.Е. Модель ценообразования однородного рынка с учетом асимметричности информации // Инновационное развитие экономики. 2019. № 1. С. 93–100.
5. Кисляков А.Н. Фрактальный анализ в задачах прогнозирования социально-экономических процессов // Новая экономика и региональная наука. 2018. № 1 (10). С. 36–39.
6. Кисляков А.Н. Фрактальный метод идентификации личности по цифровым изображениям отпечатков пальцев // Материалы XII Международной научно-технической конференции «Перспективные технологии в средствах передачи информации – ПТСПИ'17». Владимир: Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых, 2017. С. 200–204.
7. Королев О.Л., Кусый М.Ю., Сигал А.В. Применение энтропии при моделировании процессов принятия решений в экономике: монография / под ред. доц. А.В. Сигала. Симферополь: Изд-во «ОДЖАКЪ», 2013. 148 с.
8. Никитин О.Р., Кисляков А.Н. Метод идентификации личности по цифровым изображениям отпечатков пальцев // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2017. № 4. С. 52–57.
9. Никитин О.Р., Кисляков А.Н. Фрактальный анализ информационного содержания многоспектральных изображений земной поверхности // Теоретическая и прикладная экология. 2019. № 2. С. 32–38.
10. Рау В.Г., Кисляков А.Н., Тихонюк Н.Е., Рау Т.Ф. Принцип нарушения асимметрии в моделях развития экономических систем опыт и проблемы // Региональная

экономика: опыт и проблемы. Материалы XI международной научно-практической конференции (Гутманские чтения) 15 мая 2018 года / под общ. ред. А.И. Новикова и А.Е. Илларионова. Владимир: Владимирский филиал РАНХиГС, 2018. С. 201–211.

11. *Рау В.Г., Поляков С.В., Рау Т.Ф., Фирсов И.В., Тогунов И.А.* Некоторые особенности применения групп нарушенной симметрии для «визуализации» процессов в природных, «живых» и социально-экономических системах // Региональная экономика: опыт и проблемы. Материалы XII международной научно-практической конференции (Гутманские чтения) 15 мая 2019 года / под общ. ред. А.И. Новикова и А.Е. Илларионова. Владимир: Владимирский филиал РАНХиГС, 2019. С. 11–119.
12. *Тихонюк Н.Е., Кисляков А.Н.* Экономические модели работы с асимметрией информации: эволюция подходов // Региональная экономика: опыт и проблемы. Материалы XI международной научно-практической конференции (Гутманские чтения) 15 мая 2018 года / под общ. ред. А.И. Новикова и А.Е. Илларионова. Владимир: Владимирский филиал РАНХиГС, 2018. С. 236–244.
13. *Чумак О.В.* Энтропии и фракталы в анализе данных. М.; Ижевск: НИЦ «Регуляторная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2011. 164 с.

Bibliography

1. *Butenkov S.A.* Jentropijnyj podhod k ocenke kachestva granulirovaniya mnogomernyh dannyh // Sb. trudov Odinnadcatoj Nacional'noj konferencii po iskusstvennomu intellektu s mezhdunarodnym uchastiem. Dubna, 2008. P. 331–340.
2. *Zinenko A.V.* R/S analiz na fondovom rynke // *Biznes-informatika*. 2012. № 3 (21). P. 24–30.
3. *Kisljakov A.N.* Ispol'zovanie fraktal'noj razmernosti v tehničeskom analize rynka kriptovaljut // *Uchenye zapiski. Vladimirskij filial federal'nogo gosudarstvennogo bjudzhetnogo obrazovatel'nogo uchrezhdenija vysshego obrazovanija Rossijskaja akademija narodnogo hozjajstva i gosudarstvennoj sluzhby pri Prezidente Rossijskoj Federacii*. 2018. № 1. P. 101–105.
4. *Kisljakov A.N., Tihonjuk N.E.* Model' cenoobrazovanija odnorodnogo rynka s uchetom asimmetrichnosti informacii // *Innovacionnoe razvitie jekonomiki*. 2019. № 1. P. 93–100.
5. *Kisljakov A.N.* Fraktal'nyj analiz v zadachah prognozirovaniya social'no-jekonomičeskikh processov // *Novaja jekonomika i regional'naja nauka*. 2018. № 1 (10). P. 36–39.
6. *Kisljakov A.N.* Fraktal'nyj metod identifikacii lichnosti po cifrovym izobrazhenijam otpechatkov pal'cev // *Materialy XII Mezhdunarodnoj nauchno-tehničeskoj konferencii «Perspektivnye tehnologii v sredstvah peredachi informacii – PTSPI'17»*. Vladimir: Vladimirskij gosudarstvennyj universitet im. A.G. i N.G. Stoletovyh, 2017. P. 200–204.
7. *Korolev O.L., Kussyj M.Ju., Sigal A.V.* Primenenie jentropii pri modelirovanii processov prinjatija reshenij v jekonomike. Monografija / pod red. doc. A.V. Sigala. Simferopol': Izd-vo «ODZhAK##», 2013. 148 p.
8. *Nikitin O.R., Kisljakov A.N.* Metod identifikacii lichnosti po cifrovym izobrazhenijam otpechatkov pal'cev // *Radiotehničeskije i telekommunikacionnye sistemy*. 2017. № 4. P. 52–57.
9. *Nikitin O.R., Kisljakov A.N.* Fraktal'nyj analiz informacionnogo sodержanija mnogosppektral'nyh izobrazhenij zemnoj poverhnosti // *Teoretičeskaja i prikladnaja jekologija*. 2019. № 2. P. 32–38.
10. *Rau V.G., Kisljakov A.N., Tihonjuk N.E., Rau T.F.* Princip narushenija asimmetrii v modeljah razvitija jekonomičeskikh sistem opyt i problemy // *Regional'naja jekonomika: opyt i problemy. Materialy XI mezhdunarodnoj nauchno-praktičeskoj konfe-*

- rencii (Gutmanskije chtenija) 15 maja 2018 goda / pod obshh. red. A.I. Novikova i A.E. Illarionova. Vladimir: Vladimirskij filial RANHiGS, 2018. P. 201–211.
11. *Rau V.G., Poljakov S.V., Rau T.F., Firsov I.V., Togunov I.A.* Nekotorye osobennosti primeneniya grupp narushennoj simmetrii dlja «vizualizacii» processov v prirodnyh, «zhivyh» i social'no-jekonomicheskikh sistemah // Regional'naja jekonomika: opyt i problemy. Materialy XII mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Gutmanskije chtenija) 15 maja 2019 goda / pod obshh. red. A.I. Novikova i A.E. Illarionova. Vladimir: Vladimirskij filial RANHiGS, 2019. P. 11–119.
 12. *Tihonjuk N.E., Kisljakov A.N.* Jekonomicheskie modeli raboty s asimmetriej informacii: jevoljucija podhodov // Regional'naja jekonomika: opyt i problemy. Materialy XI mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Gutmanskije chtenija) 15 maja 2018 goda / pod obshh. red. A.I. Novikova i A.E. Illarionova. Vladimir: Vladimirskij filial RANHiGS, 2018. P. 236–244.
 13. *Chumak O.V.* Jentropii i fraktaly v analize dannyh. M.; Izhevsk: NIC «Reguljatornaja i haoticheskaja dinamika», Institut komp'juternyh issledovanij, 2011. 164 p.