Вестник НГУЭУ. 2025. № 3. С. 150–170
Vestnik NSUEM. 2025. No. 3. P. 150–170

Научная статья
УДК 330.42+332.14
DOI: 10.34020/2073-6495-2025-3-150-170

# ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ МОБИЛЬНОСТИ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ

**Мельникова Татьяна Борисовна[1], Сигал Анатолий Викторович[2]**

[1] *Севастопольский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова*
[2] *Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского*

[1] tmln82@mail.ru
[2] ksavo3@cfuv.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается теоретико-игровое моделирование мобильности исследователей между городами своей страны. Построены две простейшие теоретико-игровые модели. Первая модель характеризует принятие исследователем решения относительно места своей деятельности посредством оценки вероятности успешности такой деятельности в условиях индивидуального или группового участия, и представляет собой антагонистическую (матричную) игру. Вторая модель учитывает взаимодействие исследователей в группе, выражающееся через сопоставление изменений в индивидуальных и совместных знаниях. Разный профессиональный и количественный состав исследователей в городах порождает множественность равновесий, характерную для координационной и антикоординационной игр. Проблему выбора наилучшего равновесия по Нэшу предложено решить с помощью дополнительного параметра: степени возможности продолжения научной темы, которая велась в городе выезда. Выявлено, что различия в степени таких возможностей между городами могут формировать приоритет перемещения исследователей.

**Ключевые слова:** мобильность исследователей, антагонистическая игра, индивидуальное знание, совместное знание, координационная игра, антикоординационная игра

**Для цитирования:** Мельникова Т.Б., Сигал А.В. Теоретико-игровой подход к моделированию мобильности исследователей // Вестник НГУЭУ. 2025. № 3. С. 150–170. DOI: 10.34020/2073-6495-2025-3-150-170.

Original article

# GAME-THEORETIC APPROACH TO MODELING RESEARCHERS' MOBILITY

**Melnikova Tatyana B.[1], Sigal Anatoly V.[2]**

[1] Sevastopol branch of the Plekhanov Russian University of Economics
[2] Vernadsky Crimean Federal University

[1] tmln82@mail.ru
[2] ksavo3@cfuv.ru

**Abstract.** The article considers game-theoretic modeling of researchers' mobility between cities of own country. Two simple game-theoretic models are constructed. The first model characterizes the decision-making process of a researcher regarding the location of his activity by assessing the probability of success of such activity in conditions of individual or group participation, and is an antagonistic (matrix) game. The second model takes into account the interaction of researchers in a group, expressed through comparison of changes in individual and joint knowledge. Different professional and quantitative composition of researchers in cities generates multiple equilibria, characteristic of coordination and anti-coordination games. The problem of choosing the best Nash equilibrium is proposed to be solved using an additional parameter: the degree of possibility of continuing a scientific topic that was conducted in the city of departure. It is revealed that differences in the degree of such possibilities between cities can form the priority of researchers' movement.

**Keywords:** researchers' mobility, antagonistic game, individual knowledge, joint knowledge, coordination games, anti-coordination games

**For citation:** Melnikova T.B., Sigal A.V. Game-theoretic approach to modeling researchers' mobility. *Vestnik NSUEM.* 2025; (3): 150–170. (In Russ.). DOI: 10.34020/2073-6495-2025-3-150-170.

## Введение

В Стратегии пространственного развития Российской Федерации[1] одной из задач в сфере научно-технологического развития указано развитие инструментов, помогающих выходу региональных групп исследователей на более высокий пространственный уровень. Подобно исследователям-одиночкам в качестве полноправных объектов изучения и моделирования могут рассматриваться и группы исследователей. К отличительным характеристикам группы исследователей можно отнести особенности внутригруппового взаимодействия, а также совместный научный результат, владение которым накладывает ограничения на его дальнейшее использование участниками группы. Научное взаимодействие может включать как сильные, так и слабые связи между исследователями, которые могут быть географически близкими или далекими, поэтому современные работы выделяют не только научные группы, но и научные сети [1]. Соответственно,

[1] Распоряжение Правительства РФ от 28.12.2024 № 4146-р «Об утверждении Стратегии пространственного развития Российской Федерации на период до 2030 года с прогнозом до 2036 года». https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_495567/ (дата обращения: 13.03.2025).

группа исследователей может характеризоваться не только обновлением состава исследователей, но и принадлежностью к той или иной научной сети, а также способностью и возможностью перемещаться из одной сети в другую с сохранением или нет предыдущих связей. Такой подход актуализирует групповое взаимодействие как фактор влияния на перемещение исследователей по территории страны. Ввиду того, что научные группы и научные сети, как правило, пересекают границы городов и регионов, внутреннее взаимодействие и внешняя динамика групп исследователей оказывают влияние на развитие территориальных единиц и их сотрудничество.

## Обзор теоретических подходов к моделированию мобильности исследователей

Мобильность[2] исследователей[3] может включать перемещение в пространстве, внутри или между секторами экономики. Разное целеполагание определяет разнообразие используемых методов анализа, инструментов моделирования и набора данных. Публикации по данной тематике могут быть условно сгруппированы по трем группам: 1) работы, в которых описываются особенности и тенденции явления; 2) работы, в которых строятся экономико-математические модели на основе макроданных; 3) работы, в которых строятся экономико-математические модели на основе микроданных.

К первой группе могут быть отнесены работы, которые раскрывают причины и объемы мобильности исследователей. Например, в работе [2] на основе глубинных интервью и репрезентативных опросов российских исследователей получены результаты о том, что повышение оплаты труда является необходимым условием мобильности. Анализ публикационной активности исследователей позволил выявить динамику количества исследователей, которые въехали или выехали из России, а также перемещались между регионами (или федеральными округами) [3].

Во второй группе публикаций наиболее распространенным методом исследования выступает применение эконометрического моделирования. Например, в модели [4] с помощью векторной авторегрессии выполнена оценка влияния средней заработной платы и объема публикаций учреждений науки и образования на динамику численности исследователей (региональный уровень).

Вместе с тем все чаще моделирование включает микроданные, т.е. поведение отдельных исследователей (третья группа публикаций). Наиболее распространены данные о публикационной активности исследователя (с их глубокой проработкой), а также сведения об академической мобильности. Например, в работе [5] такой набор данных позволил оценить влияние перемещения внутри (между разными учреждениями науки и образования)

[2] Авторами используется понятие «мобильность», однако в отдельных исследованиях речь идет о «миграции», поэтому в данной работе термины «миграция», «мобильность», «перемещение» считаются идентичными.

[3] Термин «исследователи» объединяет разные категории людей, деятельность которых связана с реализацией научных, научно-технических программ и проектов, в том числе ученые, изобретатели и специалисты.

и между секторами (между учреждениями науки и образования, с одной стороны, и бизнес-структурами, с другой) на уровень сотрудничества и производительности исследователей. Для исследователей высокого ранга получена оценка влияния демографических и профессиональных факторов на их мобильность [6]. Обе модели относятся к эконометрике.

В рамках применения эконометрической модели авторами [7] формируется уравнение, в котором в качестве результирующего показателя применяются количество соавторов, которые появляются в (выходят из) сети исследователя или количество соавторов из городов, отличных от того, где находится исследователь. В рамках описательной статистики получено, что среднее число соавторов на одну статью за годы карьеры исследователя увеличивается за счет небольшого роста взаимодействия с прошлыми соавторами и почти стабильным ежегодным количеством новых соавторов.

Стали появляться также работы, предлагающие в качестве методики имитационное моделирование.

В работах [8, 9] для прогноза научной миграции на региональном уровне используется теория позиционных игр. При этом в динамическую модель заложен поток научной миграции как результат сравнения конкретным индивидом уровней заработной платы, а также выбора им наиболее близкого региона.

В агент-ориентированной модели [10] авторы фиксируют, что мобильность исследователей подвержена таким факторам, как уровень академического влияния (определяется импакт-фактором и количеством статей в соавторстве), академический возраст и город присутствия. Факт перемещения предполагает 1) принятие агентом решения о мобильности на основе ранжирования академического уровня города с учетом расстояния и 2) одобрение выбора агента городом на основе ранжирования уровня академического влияния агента с учетом возможностей города.

Агрегирование траектории мобильности конкретных исследователей посредством построения вероятностной модели применяется в работе [11]. Авторы определяют вероятность перемещения исследователя из одного учреждения в другое под влиянием его ранга, а также расстояния и возраста самого исследователя (отдельно по каждому фактору).

Таким образом, считаем, что моделирование мобильности исследователей с учетом текущего или потенциального участия в группе представляет собой недостаточно проработанный аспект рассматриваемой темы в научной литературе, при этом считаем целесообразным применение инструментария теории игр. Цель статьи состоит в выработке и обосновании теоретических подходов к моделированию мобильности исследователей между городами одной страны исходя из доступности участия в группе исследователей или группового взаимодействия, основанному на применении инструментария теории игр. Основные задачи исследования: 1) построение и анализ теоретико-игровой модели принятия исследователем решения относительно места своей деятельности, которая учитывает возможность участия в группе исследователей; 2) построение и анализ теоретико-игровой модели мобильности исследователя между городами одной страны исходя из взаимодействия в группе исследователей.

## Модель принятия исследователем решения относительно места своей деятельности, учитывающая возможность участия в группе исследователей

Эта модель представляет собой антагонистическую игру (АИ), заданную своей платежной матрицей размерности $2 \times 2$. Заметим, АИ – это конечная игра двух лиц с нулевой суммой, традиционно называемая матричной игрой, а платежная матрица АИ представляет собой матрицу выигрышей первого игрока и полностью определяет все компоненты этой игры. Методика построения и анализа теоретико-игровой модели изложена согласно подходу, предложенному в работе [12].

*Простейшая теоретико-игровая модель, характеризующая принятие исследователем решения относительно места своей деятельности*, может быть представлена в виде АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$, составные элементы которой могут быть определены следующим образом.

1. $\boldsymbol{I} = \{1;\ 2\}$ – множество чистых стратегий первого игрока, при этом первый игрок – это исследователь, его первая чистая стратегия ($i = 1$) – продолжать свою деятельность в городе пребывания, в котором отсутствует группа исследователей, занимающихся соответствующей тематикой, его вторая чистая стратегия ($i = 2$) – переехать в город, в котором работает группа исследователей, занимающихся соответствующей тематикой.

2. $\boldsymbol{J} = \{1;\ 2\}$ – множество чистых стратегий второго игрока, при этом второй игрок – это условия осуществления исследователем своей деятельности, его первая чистая стратегия ($j = 1$) – это индивидуальное осуществление исследователем своей деятельности (или полностью индивидуальное осуществление деятельности, когда исследователь не входит в какую-либо группу, или частично индивидуальное осуществление деятельности, когда исследователь дистанционно входит в какую-либо группу, если такая возможность ему доступна), его вторая чистая стратегия ($j = 2$) – это осуществление исследователем своей деятельности в условиях его очного вхождения в какую-либо группу.

3. $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{2\times 2} = (r_{ij})$ – полностью или частично известная платежная матрица, при этом значение элемента $r_{ij}$ характеризует вероятность достижения исследователем успеха своей деятельности.

Платежная матрица рассматриваемой АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ может быть представлена в следующем общем виде:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{2\times 2} = (r_{ij}) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix},$$

при этом ее элементы должны удовлетворять соотношениям

$$0 < b \le a < c \le 1,$$

так как 1) если в городе пребывания исследователя отсутствует соответствующая группа, то теоретически возможно частично индивидуальное осуществление деятельности исследователем, что означает положительность вероятности успешности деятельности исследователя: $r_{11} = a > 0$;

2) если в городе пребывания исследователя отсутствует соответствующая группа, то исследователь не может осуществлять свою деятельность в условиях его очного вхождения в такую группу и, следовательно, в этом случае вероятность успешности деятельности исследователя – это вероятность невозможного события: $r_{12} = 0$; 3) если в городе въезда исследователя работает соответствующая группа и отношения между ним и этой группой не сложились, то теоретически возможно частично индивидуальное осуществление деятельности исследователем, но уменьшается количество групп, в которые исследователь может входить дистанционно (он не может входить дистанционно в группу, работающую в городе въезда), что может привести разве что к уменьшению значения вероятности успешности деятельности исследователя по сравнению с этой вероятностью в городе выезда, но оставляет значение этой вероятности положительным: $r_{11} = a \geq b = r_{21} > 0$; 4) если в городе въезда исследователя работает соответствующая группа и отношения между ним и этой группой сложились, то теоретически возможно осуществление им своей деятельности в условиях его очного вхождения в эту группу, что повышает значение вероятности успешности деятельности исследователя по сравнению с этой вероятностью в городе выезда (осуществление исследователем своей деятельности в условиях его очного вхождения в группу, как правило, более успешно, чем индивидуальное осуществление им своей деятельности): $r_{22} = c > a = r_{11}$.

Следует отметить ряд особенностей простейшей теоретико-игровой модели, характеризующей принятие исследователем решения относительно места своей деятельности. Во-первых, предлагаемая простейшая теоретико-игровая модель представляет собой, строго говоря, статистическую игру, так как лицом, осознанно выбирающим, какую свою стратегию применить, является лишь первый игрок. Во-вторых, предлагаемая простейшая теоретико-игровая модель, строго говоря, не моделирует, а именно характеризует принятие исследователем решения относительно места своей деятельности. Собственно, можно считать, что здесь комбинированно применяются статистические и антагонистические игры (например, [12, с. 264–316]). Наконец, в-третьих, согласно классификации информационных ситуаций относительно неполноты информации об элементах платежной матрицы, точные истинные значения которых не известны, предлагаемая простейшая теоретико-игровая модель представляет собой неоклассическую АИ, заданную в поле второй информационной ситуации (см., например, [12, с. 89–94]).

Найдем оптимальное решение рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$. Выполним этапы решения АИ.

**Шаг 1.** Вычисление нижней чистой цены неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$.

С учетом вышеприведенных свойств элементов платежной матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{2\times 2} = (r_{ij})$, имеем

$$\alpha_1 = \min \{a; 0\} = 0, \ \ \alpha_2 = \min \{b; c\} = b,$$

откуда $\alpha = \max \{0; b\} = b$.

**Шаг 2.** Вычисление верхней чистой цены неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$:

$$\beta_1 = \max\{a; b\} = a, \ \ \beta_2 = \max\{0; c\} = c,$$

откуда $\beta = \min\{a; c\} = a$.

**Шаг 3.** Проверка наличия седловой точки.

**Случай 3а.** Если $a = b$, то $\alpha = b = a = \beta$. Таким образом, для **случая 3а** значения нижней и верхней чистых цен рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ совпали и, следовательно, в этом случае простейшая модель принятия исследователем решения относительно места своей деятельности представляет собой АИ с седловой точкой и имеет решение в чистых стратегиях игроков, при этом $V^* = \alpha = \beta = a = b = r_{21}$ – чистая цена рассматриваемой АИ, $i^* = 2$ – максиминная чистая стратегия первого игрока, $j^* = 1$ – минимаксная чистая стратегия второго игрока, $(i^*; j^*) = (2; 1)$ – ситуация равновесия в чистых стратегиях игроков. В этом случае найденное решение рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ в чистых стратегиях игроков означает, что исследователю целесообразно осуществить переезд в другой город.

**Случай 3б.** Если $a > b$, то $\alpha = b < a = \beta$. Таким образом, для **случая 3б** простейшая модель принятия исследователем решения относительно места своей деятельности представляет собой АИ без седловой точки, поэтому в этом случае рассматриваемая неоклассическая АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ не имеет решения в чистых стратегиях игроков.

**Шаг 4.** Поиск оптимального решения АИ без седловой точки в смешанных стратегиях игроков.

Применяя хорошо известные формулы решения АИ без седловой точки, заданной платежной матрицей размерности $2 \times 2$, находим следующее оптимальное решение рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ в смешанных стратегиях игроков:

$$V^* = \frac{r_{11} \cdot r_{22} - r_{12} \cdot r_{21}}{r_{11} - r_{12} - r_{21} + r_{22}} = \frac{a \cdot c - 0 \cdot b}{a - 0 - b + c} = \frac{a \cdot c}{a - b + c} > 0,$$

$$p_1^* = \frac{r_{22} - r_{21}}{r_{11} - r_{12} - r_{21} + r_{22}} = \frac{c - b}{a - 0 - b + c} = \frac{c - b}{a - b + c} > 0, \ \ p_2^* = \frac{a}{a - b + c} > 0,$$

$$q_1^* = \frac{r_{22} - r_{12}}{r_{11} - r_{12} - r_{21} + r_{22}} = \frac{c - 0}{a - 0 - b + c} = \frac{c}{a - b + c} > 0, \ \ q_2^* = \frac{a - b}{a - b + c} > 0,$$

где $V^* = \dfrac{a \cdot c}{a - b + c}$ – это цена рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$, $\mathbf{p}^* = (p_1^*; p_2^*) = \left( \dfrac{c - b}{a - b + c}; \ \dfrac{a}{a - b + c} \right)$ – оптимальная смешанная стратегия первого игрока, $\mathbf{q}^* = (q_1^*; q_2^*) = \left( \dfrac{c}{a - b + c}; \ \dfrac{a - b}{a - b + c} \right)$ – оптимальная смешанная стратегия второго игрока. Итак, стратегия $\mathbf{p}^*(\mathbf{q}^*)$ является вполне смешанной стратегией первого (второго) игрока, ситуация равновесия $(\mathbf{p}^*; \mathbf{q}^*)$ – единственной вполне смешанной ситуацией равновесия рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ и для любых допустимых (в **случае 3б**) значений параметров $a$, $b$, $c$ неоклассическая АИ $\Gamma_{\mathbf{R}}$ является вполне смешанной игрой.

Рассмотрим соотношение $p_2^* \geq 0{,}5$, означающее, что с точки зрения исследователя его переезд в другой город является более предпочтительным, чем оставаться в исходном городе пребывания. Соотношение $p_2^* = \dfrac{a}{a-b+c} \geq 0{,}5$ равносильно неравенству $2 \cdot a \geq a - b + c$, т.е. неравенству $a + b - c \geq 0$. Следовательно, в этом случае найденное решение рассматриваемой неоклассической АИ $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{R}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{J}, \mathbf{R} \rangle$ в смешанных стратегиях игроков означает, что исследователю целесообразно осуществить переезд в другой город в том и только в том случае, когда значения параметров удовлетворяют соотношениям (с учетом соотношений для допустимых значений этих параметров) $0 < b < a$ и $a < c \leq \min\{1; a + b\}$.

## Модель мобильности исследователя между городами одной страны исходя из взаимодействия в группе исследователей

Предположим, что исследователи, проживающие в городе, формируют сеть знаний данного города. Исследователи входят в разные группы (которые представляют собой связные или несвязные подмножества сети). Взаимодействие между исследователями в рамках группы строится на основе обмена индивидуальными знаниями и формирования совместных знаний, что предложено в работе [13]. Таким образом, у каждого из исследователей есть изначальный уровень индивидуальных знаний $k_i$, оцениваемый значением специального рейтинга, измеряемого целочисленными значениями от 1 до 10. Исследователи обмениваются друг с другом частью индивидуальных знаний ($\lambda$), при этом без ограничения общности будем предполагать, что значение доли индивидуальных знаний, получаемых каждым исследователем, постоянно и одно и то же для каждого участника группы. В результате работы группы исследователей также формируется совместное знание ($K$), представленное в форме отчетов, статей, патентов и т.д. Совместное знание доступно каждому исследователю в группе и оценивается следующим образом (представим упрощенную формулу, предложенную в работе [13]):

$$K = \gamma \cdot \sum_{i=1}^{n} k_i, \tag{1}$$

где $\gamma$ – коэффициент, отображающий долю индивидуальных знаний, направляемую на формирование совместного знания с учетом синергетического эффекта (будем предполагать, что коэффициент одинаков для каждого исследователя в группе); $n$ – количество исследователей в группе; $k_i$ – уровень индивидуальных знаний $i$-го исследователя в группе.

Ввиду того, что взаимодействие исследователей приводит к изменению уровня их индивидуальных знаний, со временем некоторые из них изъявят желание выйти из группы. Объясним данный факт посредством модификации коэффициента локализации. В классическом понимании коэффициент локализации позволяет понять, насколько концентрация определенного сектора экономики в регионе выше или ниже по сравнению с уровнем в целом по стране [14–16]. В данной работе введем коэффициент локализации знаний ($L_i$):

$$L_i = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N} k_j} : \frac{\sum_{z=1}^{Z_i} K_{i_z}}{\sum_{j=1}^{N} K_j}, \qquad (2)$$

где $\sum_{j=1}^{N} k_j$ – сумма индивидуальных знаний всех исследователей в сети; $N$ – количество исследователей в сети; $\sum_{z=1}^{Z_i} K_{i_z}$ – сумма совместных знаний, которыми владеет $i$-й исследователь ($Z_i$ – количество групп, в которых он участвует, $z$ – порядковый номер группы).

В результате, если $L_i < 1$, исследователь имеет более сильные позиции по уровню индивидуальных знаний, чем по объему совместных знаний. Если $L_i > 1$, значит в данной сети у исследователя более значительная относительная роль в создании совместных знаний, чем индивидуальных знаний. При сопоставлении уровня индивидуальных знаний и коэффициента локализации знаний могут возникнуть четыре ситуации (рис. 1).

В квадранте 1 расположены исследователи, которые имеют наименьший уровень индивидуальных знаний, но при этом входят в группы с более весомыми по индивидуальным знаниям исследователями, что дает им учас-

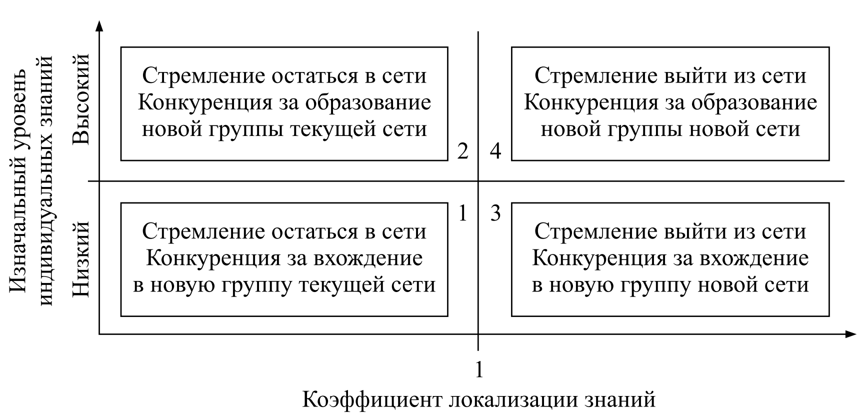


*Рис. 1.* Систематизация условий мобильности исследователей в другой город
Источник: разработано авторами
Systematization of conditions for researchers' mobility to another city
Source: developed by the authors

тие в формировании совместных знаний большого объема. Такие исследователи будут стараться остаться в сети, а также конкурировать за вхождение в новые группы текущей сети.

В квадранте 2 окажутся исследователи, которые изначально обладают значительным уровнем индивидуальных знаний, но благодаря участию в нескольких группах, имеют более сильные позиции по совместным знаниям. Для них важно оставаться в сети.

В квадрант 3 могут попасть исследователи, которые имеют относительно невысокий изначальный уровень индивидуальных знаний, однако его доля в общем объеме таких знаний всех исследователей превышает его долю в суммарном объеме совместных знаний. Такой исследователь заинтересован в выходе из сети.

Квадрант 4 объединяет в себе исследователей, которые наряду со значительным изначальным уровнем индивидуальных знаний участвуют либо в единственной группе, либо в группах, где остальные владеют малым уровнем индивидуальных знаний. В результате будет наблюдаться стремление покинуть сеть и инициировать свою группу.

Допустим, исследователи приняли решение выйти из этой сети и покинуть город. Ввиду того, что они работали в одной сети, они, вероятно, рассмотрят возможность кооперации в новом месте. Тогда у них есть два варианта действий: уехать в один город или уехать в разные города. В случае отъезда в разные города, они становятся частью новой сети, куда попадают со своим изначальным уровнем индивидуальных знаний. Если исследователи склонны вместе переехать в один и тот же город, тогда они представляют собой самостоятельную группу.

Ввиду того, что групповое взаимодействие дает изменения в индивидуальных и совместных знаниях, будем предполагать проведение двух игр, для каждой из которых будет своя матрица ожидаемой полезности. Определим элементы каждой простейшей теоретико-игровой модели мобильности исследователя между городами одной страны исходя из взаимодействия в группе исследователей $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{H}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{S}, \mathbf{H_i} \rangle$ (для игры по индивидуальным знаниям) и $\Gamma = \Gamma_{\mathbf{U}} = \langle \boldsymbol{I}, \boldsymbol{S}, \mathbf{U_i} \rangle$ (для игры по совместным знаниям). Здесь $\boldsymbol{I} = \{1; 2\}$ – множество игроков: исследователь 1 ($i = 1$) и исследователь 2 ($i = 2$), оба исследователя принадлежат к одной группе; $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S_1} = \boldsymbol{S_2} = \{1; 2\}$ – множество чистых стратегий: первая чистая стратегия ($s = 1$) – переехать в город $D$, вторая чистая стратегия ($s = 2$) – переехать в город $F$.

Для индивидуальных знаний:

– платежная матрица исследователя 1

$$\mathbf{H_1} = \mathbf{H_1}_{2\times 2} = \begin{pmatrix} h_{1_{11}} & h_{1_{12}} \\ h_{1_{21}} & h_{1_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(k_2 - k_1) & \lambda\left(\sum\limits_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} - m_d k_1\right) \\ \lambda\left(\sum\limits_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} - m_f k_1\right) & \lambda(k_2 - k_1) \end{pmatrix},$$

– платежная матрица исследователя 2

$$\mathbf{H_2} = \mathbf{H_2}_{2\times 2} = \begin{pmatrix} h_{2_{11}} & h_{2_{12}} \\ h_{2_{21}} & h_{2_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(k_1 - k_2) & \lambda\left(\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} - m_f k_2\right) \\ \lambda\left(\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} - m_d k_2\right) & \lambda(k_1 - k_2) \end{pmatrix}.$$

Для совместных знаний:

– платежная матрица исследователя 1

$$\mathbf{U_1} = \mathbf{U_1}_{2\times 2} = \begin{pmatrix} u_{1_{11}} & u_{1_{12}} \\ u_{1_{21}} & u_{1_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(k_1 + k_2) & \gamma\left(k_1 + \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d}\right) \\ \gamma\left(k_1 + \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f}\right) & \gamma(k_1 + k_2) \end{pmatrix},$$

– платежная матрица исследователя 2

$$\mathbf{U_2} = \mathbf{U_2}_{2\times 2} = \begin{pmatrix} u_{2_{11}} & u_{2_{12}} \\ u_{2_{21}} & u_{2_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(k_1 + k_2) & \gamma\left(k_1 + \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f}\right) \\ \gamma\left(k_1 + \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d}\right) & \gamma(k_1 + k_2) \end{pmatrix},$$

где $k_1$ или $k_2$ – уровень индивидуальных знаний исследователя 1 или исследователя 2; $d$ или $f$ – индекс принадлежности показателя к городу $D$ или $F$; $m_d$ или $m_f$ – количество исследователей, к которым присоединяются исследователь 1 или исследователь 2 в городах $D$ или $F$; $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d}$ или $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f}$ – это суммарный уровень индивидуальных знаний по всем исследователям, с которыми будет взаимодействие исследователя 1 или исследователя 2 в городах $D$ или $F$.

Анализ игры предполагает нахождение для каждой из игр равновесия по Нэшу в чистых стратегиях посредством определения пересечения в лучших ответах каждого из игроков по методике, изложенной, например, в [17, с. 163–168]. Как видно из платежной матрицы, ожидаемая полезность находится под влиянием двух параметров: количества участников группы исследователей в новом городе и уровня их индивидуальных знаний. Соответственно, рассмотрим изменение результата двух игр в зависимости от изменения значений двух параметров.

При условии, что в новой сети исследователи попадают в группу, состоящую из одного участника, равновесия по Нэшу в чистых стратегиях по индивидуальным и совместным знаниям будут идентичны (табл. 1).

*Таблица 1*

**Равновесия по Нэшу для игр по индивидуальным и совместным знаниям в случае присоединения в новом городе к группе, состоящей из одного исследователя (*m* = 1)**

**Nash equilibria for games of individual and joint knowledge in the case of joining a group of one researcher in a new city (*m* = 1)**

| № | Сеть знаний города *D* | Сеть знаний города *F* | Равновесия в игре по индивидуальным знаниям | Равновесия в игре по совместным знаниям |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} > m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | (*D*, *F*), (*F*, *D*) | (*D*, *F*), (*F*, *D*) |
| 2 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} > m_d k_2$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | (*D*, *F*) | (*D*, *F*) |
| 3 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} > m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | (*D*, *D*) | (*D*, *D*) |
| 4 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | (*F*, *D*) | (*F*, *D*) |
| 5 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | – | – |
| 6 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | (*D*, *D*) | (*D*, *D*) |
| 7 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | (*F*, *F*) | (*F*, *F*) |
| 8 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | (*F*, *F*) | (*F*, *F*) |
| 9 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | (*D*, *D*), (*F*, *F*) | (*D*, *D*), (*F*, *F*) |

Если суммарный уровень индивидуальных знаний в новой сети будет превышать уровень индивидуальных знаний исследователя с наибольшим его уровнем (случай № 1), тогда будут два равновесия как в индивидуальных, так и в совместных знаниях, определяемые как «анти-координация». Если в новом городе исследователь 1 или исследователь 2 попадет в группу, состоящую из одного участника, уровень индивидуальных знаний, которого значительно ниже уровня знаний исследователя 1 и исследователя 2 (случай № 9), тогда два равновесия соответствуют координационной игре.

Координационные и антикоординационные игры систематизируют ситуации множественности равновесий по Нэшу. Цель таких игр скоординировать свои действия на одном из равновесий, представляющем совпадение стратегий (в случае координационной игры) или несовпадение стратегий (в случае антикоординационной игры) [15].

Анализ координационной игры направлен на обоснование выбора одного из равновесий. К базовым инструментам относятся: определение равновесия по Нэшу в смешанных стратегиях [17, с. 173–183], определение точки Шеллинга (фокусной точкой), которая может быть внешней (например, строится на существующих в обществе стандартах или предпочтениях) или внутренней (исходя из структуры полезности) по своей природе [17, с. 169–170], а также оценка доминирования равновесия по риску и/или полезности [18, с. 991].

Рассмотрим конкретный пример (рис. 2). Допустим, $k_1 = 4$, $k_2 = 6$, $\lambda = 0{,}1$, $\gamma = 0{,}4$. Для случая № 1 $k_{i_d} = 7$ и $k_{i_f} = 8$, для случая № 9 $k_{i_d} = 3$ и $k_{i_f} = 2$. При координационной игре (случай № 9) предлагается определять равновесие, доминирующее по полезности и доминирующее по риску. В части индивидуальных знаний, равновесия симметричны, поэтому ни одно из них не доминирует по полезности. Следуя подходу, предложенному J. Harsanyi and R. Selten, который изложен, например, в работе [18, с. 991], доминирующей по риску будет стратегия переезда обоих исследователей в город *D* (с минимальным риском), так как $(-0{,}2 - 0{,}2) \cdot (-0{,}4 + 0{,}2) = 0{,}08$ превышает $(-0{,}1 - 0{,}2) \cdot (-0{,}3 + 0{,}2) = 0{,}03$. Соответственно, если в рамках равновесия (*D*, *D*) исследователь 2 решит отклониться от стратегии *D* и выберет *F*, то ожидаемая полезность для исследователя 1 составит −0,1 (вместо 0,2). Если же при равновесии (*F*, *F*), исследователь 2 решит отклониться и выберет *D*, тогда ожидаемая полезность для исследователя 1 составит −0,2. Аналогично и для исследователя 2. Доминирующим равновесием по риску для совместных знаний также будет равновесие (*D*, *D*).

В ситуации отсутствия равновесия рекомендуется находить равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях. Для случая № 5 (при $k_{i_d} = 5$ и $k_{i_f} = 5{,}5$) на основе методики расчета, предложенной в [17, с. 180], исследователь 1

**Случай № 1**

Индивидуальные знания

| 1 \ 2 | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 0,2; –0,2 | 0,3; 0,2 |
| Город *F* | 0,4; 0,1 | 0,2; –0,2 |

Совместные знания

| 1 \ 2 | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 4,0; 4,0 | 4,4; 5,6 |
| Город *F* | 4,8; 5,2 | 4,0; 4,0 |

**Случай № 9**

Индивидуальные знания

| 1 \ 2 | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 0,2; –0,2 | –0,1; –0,4 |
| Город *F* | –0,2; –0,3 | 0,2; –0,2 |

Совместные знания

| 1 \ 2 | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 4,0; 4,0 | 2,8; 3,2 |
| Город *F* | 2,4; 3,6 | 4,0; 4,0 |

*Рис. 2.* Ожидаемая полезность от перемещения исследователей в город *D* и/или *F* ($m = 1$)

Expected utility from moving researchers to city *D* and/or *F* ($m = 1$)

*Таблица 2*

**Множественность равновесий по Нэшу для игр по индивидуальным и совместным знаниям в случае присоединения в новом городе к группе, состоящей из двух исследователей ($m$ = 2)**

**Multiple Nash equilibria for games of individual and joint knowledge in the case of joining a group of two researcher in a new city ($m$ = 2)**

| № | Сеть знаний города $D$ | Сеть знаний города $F$ | Равновесия в игре по индивидуальным знаниям | Равновесия в игре по совместным знаниям |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} > m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | ($D$, $F$), ($F$, $D$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| 2 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} > m_d k_2$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | ($D$, $D$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| 3 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} > m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | ($D$, $D$) / ($D$, $F$), ($F$, $D$), ($D$, $D$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| 4 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | ($F$, $F$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| 5 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | ($F$, $F$) / ($D$, $D$) / ($D$, $F$), ($T$, $D$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| 6 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | ($D$, $D$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| | | | ($D$, $D$), ($F$, $F$) | ($D$, $D$), ($D$, $F$) |
| 7 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | ($F$, $F$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) |
| 8 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | ($D$, $D$), ($F$, $F$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$), ($F$, $F$) |
| 9 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | ($D$, $D$), ($F$, $F$) | ($D$, $D$), ($F$, $F$) / ($D$, $F$), ($F$, $D$) |

будет использовать стратегию $D$ с вероятностью 0,4 ($p$ = 0,4), исследователь 2 – с вероятностью 0,67 ($q$ = 0,67) (как по индивидуальным, так и по совместным знаниям).

Однако при увеличении количества исследователей в новой сети ($m > 1$) равновесие в совместных знаниях перестает совпадать с равновесием по индивидуальным знаниям, а также наблюдается множественность равновесий (табл. 2).

Рассмотрим конкретный пример (рис. 3). Допустим, $k_1 = 4$, $k_2 = 6$, $\lambda = 0,1$, $\gamma = 0,4$. Для случая № 5 $k_{i_d} = 11$ и $k_{i_f} = 9$, тогда равновесие по индивидуальным знаниям будет ($D$, $D$), а по совместным знаниям получено два равновесия ($D$, $F$), ($F$, $D$).

Индивидуальные знания

| ① \ ② | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 0,2; –0,2 | 0,3; –0,3 |
| Город *F* | 0,1; –0,1 | 0,2; –0,2 |

Совместные знания

| ① \ ② | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 4,0; 4,0 | 6,0; 6,0 |
| Город *F* | 5,2; 6,8 | 4,0; 4,0 |

Случай № 5

Индивидуальные знания

| ① \ ② | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 0,2; –0,2 | 0,1; –0,8 |
| Город *F* | –0,4; –0,3 | 0,2; –0,2 |

Совместные знания

| ① \ ② | Город *D* | Город *F* |
|---|---|---|
| Город *D* | 4,0; 4,0 | 5,2; 4,0 |
| Город *F* | 3,2; 6,0 | 4,0; 4,0 |

Случай № 6

*Рис. 3.* Ожидаемая полезность от перемещения исследователей в город *D* и/или *F* (*m = 2*)

Expected utility from moving researchers to city *D* and/or *F* ($m = 2$)

Для случая № 6 $k_{i_d} = 5$ и $k_{i_f} = 3$. По индивидуальным знаниям представлена координационная игра с двумя равновесиями: $(D, D)$, $(F, F)$, по совместным знаниям наблюдаются также два равновесия: $(D, D)$, $(D, F)$.

В отличие от результатов, представленных в табл. 2, множественность равновесий при $m > 1$ характеризуется, в большинстве случаев, отсутствием схожих равновесий между двумя играми. Соответственно, выбор равновесия в такой ситуации не может основываться на анализе игры по полезности и риску, а также применения смешанных стратегий.

Следуя общей логике применения внешнего влияния на выбор равновесия, можем ввести дополнительный параметр, который способен поменять баланс сил. Введем параметр возможности использования совместных знаний группы исследователей, в которую они входили. Данный параметр предполагает, что исследователю в новом городе дают возможность продолжать ту тему, которой он ранее занимался, что формирует дополнительную полезность. Тогда платежная матрица игры по совместным знаниям претерпит изменения:

– платежная матрица исследователя 1

$$\mathbf{U_1} = \begin{pmatrix} x_d\left(\left(\dfrac{k_1}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i} K_1\right) + \left(\dfrac{k_2}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i} K_2\right)\right) \cdot \gamma(k_1 + k_2) & x_d\left(\dfrac{k_1}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i} K_1\right) \cdot \gamma\left(k_1 + \sum\limits_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d}\right) \\ x_f\left(\dfrac{k_1}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i} K_1\right) \cdot \gamma\left(k_1 + \sum\limits_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f}\right) & x_f\left(\left(\dfrac{k_1}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i} K_1\right) + \left(\dfrac{k_2}{\sum\limits_{i=1}^{n} k_i} K_2\right)\right) \cdot \gamma(k_1 + k_2) \end{pmatrix},$$

– платежная матрица исследователя 2

$$\mathbf{U_2} = \begin{pmatrix} x_d\left(\left(\frac{k_1}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_1\right)+\left(\frac{k_2}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_2\right)\right)\cdot\gamma(k_1+k_2) & x_f\left(\frac{k_2}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_2\right)\cdot\gamma\left(k_2+\sum_{i_f=1}^{m_f}k_{i_f}\right) \\ x_d\left(\frac{k_2}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_2\right)\cdot\gamma\left(k_2+\sum_{i_d=1}^{m_d}k_{i_d}\right) & x_f\left(\left(\frac{k_1}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_1\right)+\left(\frac{k_2}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_2\right)\right)\cdot\gamma(k_1+k_2) \end{pmatrix}.$$

В формулах зафиксировано, что исследователь продолжает научную тему в определенной ее части, которая пропорциональна его доли в совместном знании, с учетом возможностей каждого города. Соответственно, $x_d \in [0;\ 1]$, $x_f \in [0;\ 1]$ – это оценка того, в какой степени в соответствующем городе имеется возможность продолжить тему, а $\frac{k_1}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_1$ или $\frac{k_2}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_2$ отображает долю участия исследователя 1 или 2 в совместных знаниях прошлой сети.

Предположим, что в предыдущей сети

$$\frac{k_1}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_1 = \frac{4}{11}\cdot 4,4 = 1,6,\quad \frac{k_2}{\sum_{i=1}^{n}k_i}K_2 = \frac{6}{12}\cdot 4,8 = 2,4,$$

тогда пересчет равновесий в игре по совместным знаниям, изложенных в табл. 2, представлен в табл. 3.

*Таблица 3*

**Множественность равновесий по Нэшу для игр по совместным знаниям в случае присоединения в новом городе к группе, состоящей из двух исследователей ($m$ = 2), и с учетом возможности продолжения научной темы**

**Multiple Nash equilibria for games on joint knowledge in the case of joining a group of two researchers in a new city ($m$ = 2), and taking into account the possibility of continuing the research topic**

| № | Сеть знаний города $D$ | Сеть знаний города $F$ | Равновесия в игре по совместным знаниям с учетом возможности продолжения научной темы | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $x_d = 0,1$; $x_f = 0$ | $x_d = 0,5$; $x_f = 0,1$ | $x_d = 0,1$; $x_f = 0,9$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | $\sum_{i_d=1}^{m_d}k_{i_d} > m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f}k_{i_f} > m_f k_2$ | ($D$, $F$), ($F$, $D$) | ($D$, $F$), ($F$, $D$) | ($F$, $D$) |
| 2 | $\sum_{i_d=1}^{m_d}k_{i_d} > m_d k_2$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f}k_{i_f} < m_f k_2$ | ($D$, $F$), ($F$, $D$) | ($D$, $F$) | ($F$, $D$) |
| 3 | $\sum_{i_d=1}^{m_d}k_{i_d} > m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f}k_{i_f} < m_f k_1$ | ($D$, $F$), ($F$, $D$) | ($D$, $D$) | ($F$, $D$) |

*Окончание табл. 3*

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(F, F)$ |
| 5 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(D, F)$ | $(F, F)$ |
| 6 | $m_d k_1 < \sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_2$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | $(D, D)$ | $(D, D)$ | $(F, F)$ |
| 7 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} > m_f k_2$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(F, F)$ |
| 8 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $m_f k_1 < \sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_2$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(D, F)$, $(F, D)$ | $(F, F)$ |
| 9 | $\sum_{i_d=1}^{m_d} k_{i_d} < m_d k_1$ | $\sum_{i_f=1}^{m_f} k_{i_f} < m_f k_1$ | $(D, D)$, $(F, D)$ | $(F, D)$ | $(F, F)$ |

В результате для случая № 6 даже небольшой уровень $x_d = 0{,}1$ позволяет выйти на единственное равновесие по индивидуальным и совместным знаниям ($D$, $D$). Для случаев № 3 и 5 общий результат достигается при ситуации, когда в одном городе предоставляется возможность работать по предыдущей научной теме в большем объеме, чем в другом. Для наибольшего количества ситуаций определение единственного равновесия связано с возможностью продолжения предыдущих исследований практически в полном объеме, предоставляемой одним из городов.

## Выводы

Пространственное перемещение исследователей необходимо учитывать при разработке соответствующих экономико-математических моделей, так как оно оказывает значительное влияние на реализацию научных программ и проектов, систему формирования знаний, развитие городов, территорий и регионов. Большинство работ, посвященных проблемам перемещения исследователей, связаны с международной мобильностью исследователей, осуществляемой согласно их единоличным решениям. В статье предложены теоретико-игровые модели, которые расширяют набор инструментов для оценки потока научной миграции между городами разного масштаба внутри одной страны.

Первая теоретико-игровая модель, характеризующая принятие исследователем решения относительно места своей деятельности, представляющая собой комбинированное применение статистических и антагонистических игр и неоклассическую антагонистическую (матричную) игру, заданную в поле второй информационной ситуации, позволяет, исходя из его субъективных представлений о возможном изменении успешности его деятельности, принять решение исследователю о целесообразности переезда в другой город.

Во второй модели мобильность исследователей между городами предлагается рассматривать на основе группового взаимодействия, учитывающего обмен индивидуальными знаниями исследователей и формирование совместного знания. При этом предполагается, что на уровне города существует сеть знаний, в которой действуют группы исследователей и со временем может возникнуть ситуация перемещения исследователей между городами, т.е. выход из одной сети и присоединение к другой.

К основным особенностям, характеризующим предлагаемый подход моделирования мобильности исследователей, следует отнести следующие аспекты предлагаемой теоретико-игровой модели.

Во-первых, введен коэффициент локализации знаний, который позволяет обосновать стремление исследователей к перемещению в другой город.

Во-вторых, предложен подход расчета ожидаемой полезности исследователей, получаемой ими от их стратегического взаимодействия, проиллюстрирован на примере игры $2 \times 2$ (два исследователя и два города).

В-третьих, при анализе игры необходимо рассматривать ситуации разного уровня индивидуальных знаний и количества исследователей, с которыми будет строиться взаимодействие в новом городе. Ввиду того, что исследователи сопоставляют изменения по индивидуальным знаниям и преимущества, возникающие при формировании совместных знаний, при увеличении количества исследователей в новом городе (взят пример присоединения к группе из двух исследователей), образуется множественность равновесий по Нэшу в чистых стратегиях. Такие равновесия могут не совпадать между играми по индивидуальным и совместным знаниям, а также могут существовать в количестве двух и более внутри каждой игры.

В-четвертых, для решения проблемы выбора единственного равновесия предложено ввести дополнительный параметр: возможность продолжать предыдущую научную тему.

Полученные результаты позволяют прийти к выводу о необходимости выработки дифференцированной политики научно-технологического развития городов, базирующейся на использовании не только материальных, но и профессиональных стимулов, что позволяет снизить концентрацию исследователей в условиях ограниченности их количества.

## Список источников


1. *Kyvik S., Reymert I.* Research collaboration in groups and networks: differences across academic fields. Scientometrics. 2017. No. 113. P. 951–967. https://doi.org/10.1007/s11192-017-2497-5
2. *Нефедова А.И., Чефанова Е.И., Слепых В.И., Иващенко А.Д.* Эффекты участия во внутрироссийской мобильности для молодых ученых и преподавателей // Вопросы образования. 2024. № 2. С. 203–225. https://doi.org/10.17323/vo-2024-17186
3. *Гуськов А.Е., Селиванова И.В., Косяков Д.В.* Миграция российских исследователей: анализ на основе наукометрического подхода // Библиосфера. 2021. № 1. С. 3–15. https://doi.org/10.20913/1815-3186-2021-1-3-15

4. *Дежина И.Г., Солдатова С.Э., Ушакова С.Е.* Миграция научных кадров Балтийского региона: прогноз и факторы влияния // Балтийский регион. 2020. Т. 12, № 1. С. 115–131. https://doi.org/10.5922/2079-8555-2020-1-7
5. *Jiang F., Pan T., Wang J., Ma Y.* To academia or industry: Mobility and impact on ACM fellows' scientific careers // Information Processing & Management. 2024. Vol. 61, no. 4. P. 103736. https://doi.org/10.1016/j.ipm.2024.103736
6. *Azoulay P., Ganguli I., Graff Zivin J.* The mobility of elite life scientists: professional and personal determinants // Research Policy. 2017. Vol. 46, iss. 3. P. 573–590. https://doi.org/10.1016/j.respol.2017.01.002
7. *Bernard M., Bernela B., Ferru M.* Does the geographical mobility of scientists shape their collaboration network? A panel approach of chemists' careers // Papers in Regional Science. 2021. No. 100. P. 79–99. https://doi.org/10.1111/pirs.12563
8. *Васильева А.В.* Прогноз трудовой миграции, воспроизводства населения и экономического развития России // Экономика региона. 2017. Т. 13, вып. 3. С. 812–826. https://doi.org/10.17059/2017-3-14
9. *Судакова А.Е., Тарасьев А.А., Сандлер Д.Г.* Динамическая модель прогнозирования научной миграции в регионе // Экономика региона. 2021. Т. 17, вып. 4. С. 1196–1209. https://doi.org/10.17059/ekon.reg.2021-4-11
10. *Vaccario G., Verginer L., Schweitzer F.* Reproducing scientists' mobility: A data-driven model // Scientific Reports. 2021. Vol. 11, no. 1. https://doi.org/10.1038/s41598-021-90281-9
11. *Deville P., Wang D., Sinatra R., Song Ch., Blondel V.D., Barabási A.-L.* Career on the Move: Geography, Stratification and Scientific Impact // Scientific Reports. 2014. Vol. 4, no. 1. P. 4770. https://doi.org/10.1038/srep04770
12. *Сигал А.В.* Теория игр и ее экономические приложения. М.: ИНФРА-М, 2019. 418 с. https://doi.org/10.12737/textbook_5b4462825d3c38.99437329
13. *Мельникова Т.Б.* Модель формирования и роста сети локализации знаний // Вестник Волгоградского государственного университета. Экономика. 2025. Т. 27, № 2.
14. *Гайнанов Д.А., Гатауллин Д.А., Аслаева С.Ш.* Оценка потенциала перспективных экономических специализаций региона // Вестник Удмуртского университета. Серия Экономика и право. 2023. Т. 33, № 5. С. 769–777. https://doi.org/10.35634/2412-9593-2023-33-5-769-777.
15. *Кудрявцева Т.Ю., Схведиани А.Е., Родионова М.А., Яковлева В.В.* Идентификация кластеров на территории России на основе синтеза функционального и пространственного подходов // Регионология. 2023. Т. 31, № 1 (122). С. 46–69. https://doi.org/10.15507/2413-1407.122.031.202301.046-069
16. *Ужегов А.О.* Индустриальный профиль регионов и возможности их высокотехнологичного развития // Вестник Омского университета. Серия: Экономика. 2023. Т. 21, № 3. С. 118–128. https://doi.org/10.24147/1812-3988.2023.21(3).118-128
17. *Easley D., Kleinberg J.* Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a highly connected world. Cambridge University Press, 2010. 819 p.
18. *Carlsson H., van Damme E.* Global games and equilibrium selection // Econometrica. 1993. Vol. 61, no. 5. P. 989–1018. https://doi.org/10.2307/2951491


## References


1. Kyvik S., Reymert I. Research collaboration in groups and networks: differences across academic fields. *Scientometrics*, 2017, no. 113, pp. 951–967. https://doi.org/10.1007/s11192-017-2497-5
2. Nefedova A.I., Chefanova E.I., Slepyh V.I., Ivashhenko A.D. Jeffekty uchastija vo vnutrirossijskoj mobil'nosti dlja molodyh uchenyh i prepodavatelej [Effects of participation in domestic mobility for young scientists and teachers], *Voprosy obrazovanija* [*Voprosy obrazovaniya*], 2024, no. 2, pp. 203–225. https://doi.org/10.17323/vo-2024-17186

3. Gus'kov A.E., Selivanova I.V., Kosjakov D.V. Migracija rossijskih issledovatelej: analiz na osnove naukometricheskogo podhoda [Migration of Russian researchers: analysis based on the scientometric approach], *Bibliosfera* [*Bibliosphere*], 2021, no. 1, pp. 3–15. https://doi.org/10.20913/1815-3186-2021-1-3-15
4. Dezhina I.G., Soldatova S.Je., Ushakova S.E. Migracija nauchnyh kadrov Baltijskogo regiona: prognoz i faktory vlijanija [Migration of scientific personnel in the Baltic region: forecast and influencing factors], *Baltijskij region* [*Baltic region*], 2020, vol. 12, no. 1, pp. 115–131. https://doi.org/10.5922/2079-8555-2020-1-7
5. Jiang F., Pan T., Wang J., Ma Y. To academia or industry: Mobility and impact on ACM fellows' scientific careers. *Information Processing & Management*, 2024, vol. 61, no. 4, p. 103736. https://doi.org/10.1016/j.ipm.2024.103736
6. Azoulay P., Ganguli I., Graff Zivin J. The mobility of elite life scientists: professional and personal determinants. *Research Policy*, 2017, vol. 46, iss. 3, pp. 573–590. https://doi.org/10.1016/j.respol.2017.01.002
7. Bernard M., Bernela B., Ferru M. Does the geographical mobility of scientists shape their collaboration network? A panel approach of chemists' careers. *Papers in Regional Science*, 2021, no. 100, pp. 79–99. https://doi.org/10.1111/pirs.12563
8. Vasil'eva A.V. Prognoz trudovoj migracii, vosproizvodstva naselenija i jekonomicheskogo razvitija Rossii [Forecast of labor migration, population reproduction and economic development of Russia], *Jekonomika regiona* [*Economy of the region*], 2017, vol. 13, iss. 3, pp. 812–826. https://doi.org/10.17059/2017-3-14
9. Sudakova A.E., Taras'ev A.A., Sandler D.G. Dinamicheskaja model' prognozirovanija nauchnoj migracii v regione [Dynamic model for forecasting scientific migration in the region], *Jekonomika regiona* [*Economy of the region*], 2021, vol. 17, iss. 4, pp. 1196–1209. https://doi.org/10.17059/ekon.reg.2021-4-11
10. Vaccario G., Verginer L., Schweitzer F. Reproducing scientists' mobility: A data-driven model. *Scientific Reports*, 2021, vol. 11, no. 1. https://doi.org/10.1038/s41598-021-90281-9
11. Deville P., Wang D., Sinatra R., Song Ch., Blondel V.D., Barabási A.-L. Career on the Move: Geography, Stratification and Scientific Impact. *Scientific Reports*, 2014, vol. 4, no. 1, p. 4770. https://doi.org/10.1038/srep04770
12. Sigal A.V. Teorija igr i ee jekonomicheskie prilozhenija [Game Theory and Its Economic Applications]. Moscow, INFRA-M, 2019. 418 p. https://doi.org/10.12737/textbook_5b4462825d3c38.99437329
13. Mel'nikova T.B. Model' formirovanija i rosta seti lokalizacii znanij [Model of formation and growth of the knowledge localization network], *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Jekonomika* [*Bulletin of Volgograd State University. Economics*], 2025, vol. 27, no. 2.
14. Gajnanov D.A., Gataullin D.A., Aslaeva S.Sh. Ocenka potenciala perspektivnyh jekonomicheskih specializacij regiona [Assessment of the potential of promising economic specializations of the region], *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Serija Jekonomika i pravo* [*Bulletin of Udmurt University. Series Economics and Law*], 2023, vol. 33, no. 5, pp. 769–777. https://doi.org/10.35634/2412-9593-2023-33-5-769-777
15. Kudrjavceva T.Ju., Shvediani A.E., Rodionova M.A., Jakovleva V.V. Identifikacija klasterov na territorii Rossii na osnove sinteza funkcional'nogo i prostranstvennogo podhodov [Identification of clusters on the territory of Russia based on the synthesis of functional and spatial approaches], *Regionologija* [*Regionology*], 2023, vol. 31, no. 1 (122), pp. 46–69. https://doi.org/10.15507/2413-1407.122.031.202301.046-069
16. Uzhegov A.O. Industrial'nyj profil' regionov i vozmozhnosti ih vysokotehnologichnogo razvitija [Industrial profile of regions and possibilities of their high-tech development], *Vestnik Omskogo universiteta. Serija: Jekonomika* [*Bulletin of Omsk University. Series: Economy*], 2023, vol. 21, no. 3, pp. 118–128. https://doi.org/10.24147/1812-3988.2023.21(3).118-128

17. Easley D., Kleinberg J. Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a highly connected world. Cambridge University Press, 2010. 819 p.
18. Carlsson H., van Damme E. Global games and equilibrium selection. *Econometrica*, 1993, vol. 61, no. 5, pp. 989–1018. https://doi.org/10.2307/2951491

**Сведения об авторах:**

**Т.Б. Мельникова** – кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и управления, Севастопольский филиал РЭУ им. Г.В. Плеханова, Севастополь, Российская Федерация.

**А.В. Сигал** – доктор экономических наук, профессор кафедры бизнес-информатики и математического моделирования, Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Республика Крым, Российская Федерация.

**Information about the authors:**

**T.B. Melnikova** – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the Department of Economics and Management, Sevastopol branch of the Plekhanov Russian University of Economics, Sevastopol, Russian Federation.

**A.V. Sigal** – Doctor of Economic Sciences, Professor of the Department of Business Informatics and Mathematical Modeling, Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Republic of Crimea, Russian Federation.

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article.
The authors declare no conflicts of interests.

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Статья поступила в редакцию* | *02.06.2025* | *The article was submitted* | *02.06.2025* |
| *Одобрена после рецензирования* | *16.06.2025* | *Approved after reviewing* | *16.06.2025* |
| *Принята к публикации* | *01.07.2025* | *Accepted for publication* | *01.07.2025* |